

Indukcyjność długiego, pustego solenoidu

$$N\Phi_B = nl \cdot BS$$

Z prawa Ampere'a

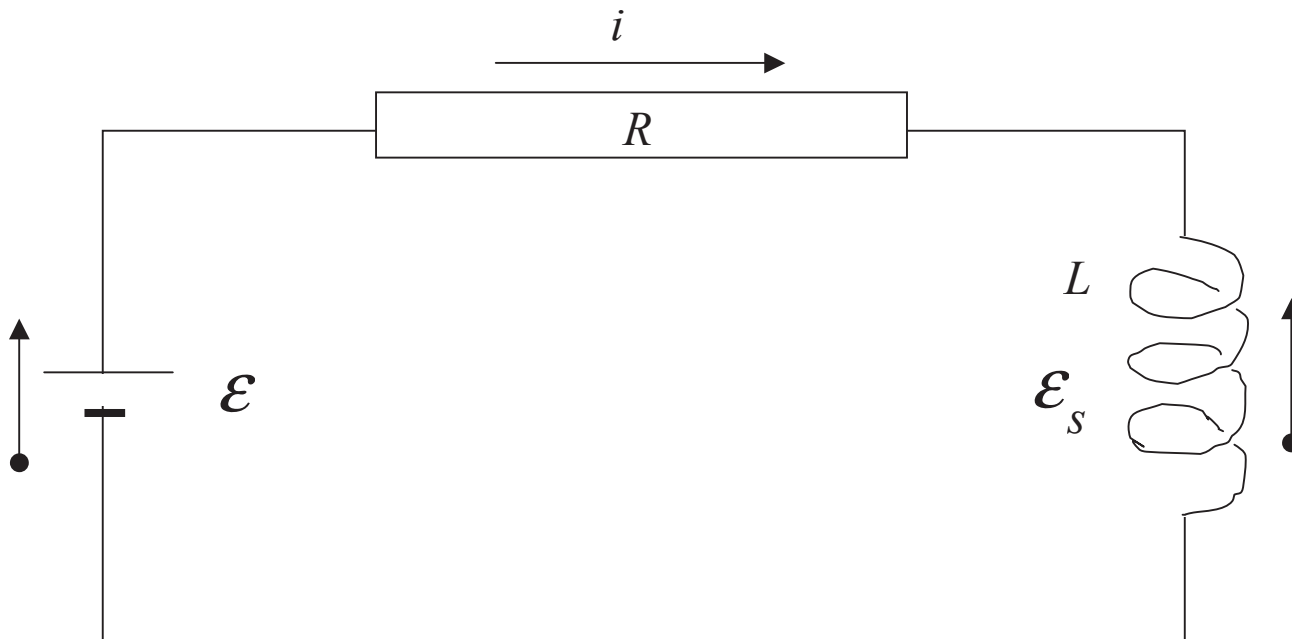
$$B = \mu_0 ni$$

$$N\Phi_B = \mu_0 n^2 liS$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

$$L = \mu_0 n^2 lS$$

Energia pola magnetycznego



$$\mathcal{E} - iR + \mathcal{E}_s = 0$$

$$\mathcal{E} = iR - \mathcal{E}_s$$

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt}$$

$$i\mathcal{E} = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$

$$P_{\dot{z}r} = P_Q + P_{magn}$$

$$P_{magn} = Li \frac{di}{dt}$$

$$U_B = \int_0^{t_k} P_{magn} dt = \int_0^{t_k} Li \frac{di}{dt} dt = L \int_0^{i_k} i di = L \frac{i_k^2}{2}$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

Gęstość energii pola magnetycznego

$$u_B = \frac{U_B}{lS}$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 l S i^2$$

$$u_B = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 i^2 = \frac{\mu_0^2 n^2 i^2}{2\mu_0}$$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Przypomnienie: gęstość energii pola elektrycznego (w próżni)

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Magnetyzm materii

Fakt eksperymentalny – w przyrodzie istnieją tylko dipole magnetyczne.

Właściwości dipoli magnetycznych:

1. przyjmują w polu \vec{B} określony kierunek (\parallel do \vec{B})

2. same wytwarzają pole \vec{B}

pole dipola $B \propto \frac{1}{r^3}$, w szczególności na osi dipola $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{r^3}$

gdzie μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni

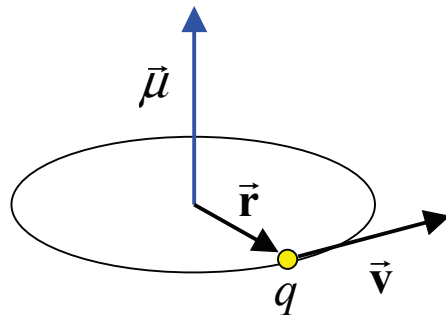
μ - wartość momentu magnetycznego

Przykłady makro: magnesy trwałe, solenoidy, elektromagnesy.

Przykłady mikro: niektóre atomy, niektóre cząsteczki, niektóre cząstki elementarne.

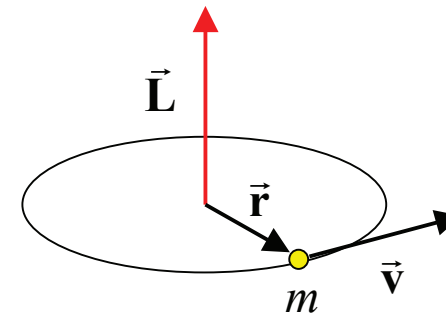
Związek momentu magnetycznego z momentem pędu

Rozważmy ruch orbitalny cząstki naładowanej:



$$\mu = iS = \frac{q}{T} \pi r^2 = q \frac{2\pi r^2}{T} \frac{1}{2} = q\omega r \frac{r}{2} = \frac{qvr}{2}$$

$$\boxed{\frac{\mu}{L} = \frac{q}{2m}}$$



$$L = mvr$$

Jest to zjawisko magnetomechaniczne, a iloraz $\gamma = \frac{\mu}{L}$ nazywamy stosunkiem żyromagnetycznym.

Widoczne jest, że $\vec{\mu} \parallel \vec{L}$, więc

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$

Dla dodatnio naładowanej cząstki

$$\gamma = \frac{e}{2m}$$

Dla ujemnie naładowanej cząstki

$$\gamma = -\frac{e}{2m}$$

Cząstki elementarne mają własny moment pędu, tzw. spin \vec{S} . Dla niego także

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$$

ale konieczna jest modyfikacja

$$\gamma = g \frac{q}{2m}$$

gdzie g jest czynnikiem Landego.

Naturalna jednostka momentu magnetycznego (magneton Bohra):

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2, \quad \text{gdzie } \hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \quad (\text{stała Plancka})$$

Dla elektronu $S = \frac{1}{2}\hbar$, ale $g = 2$, więc

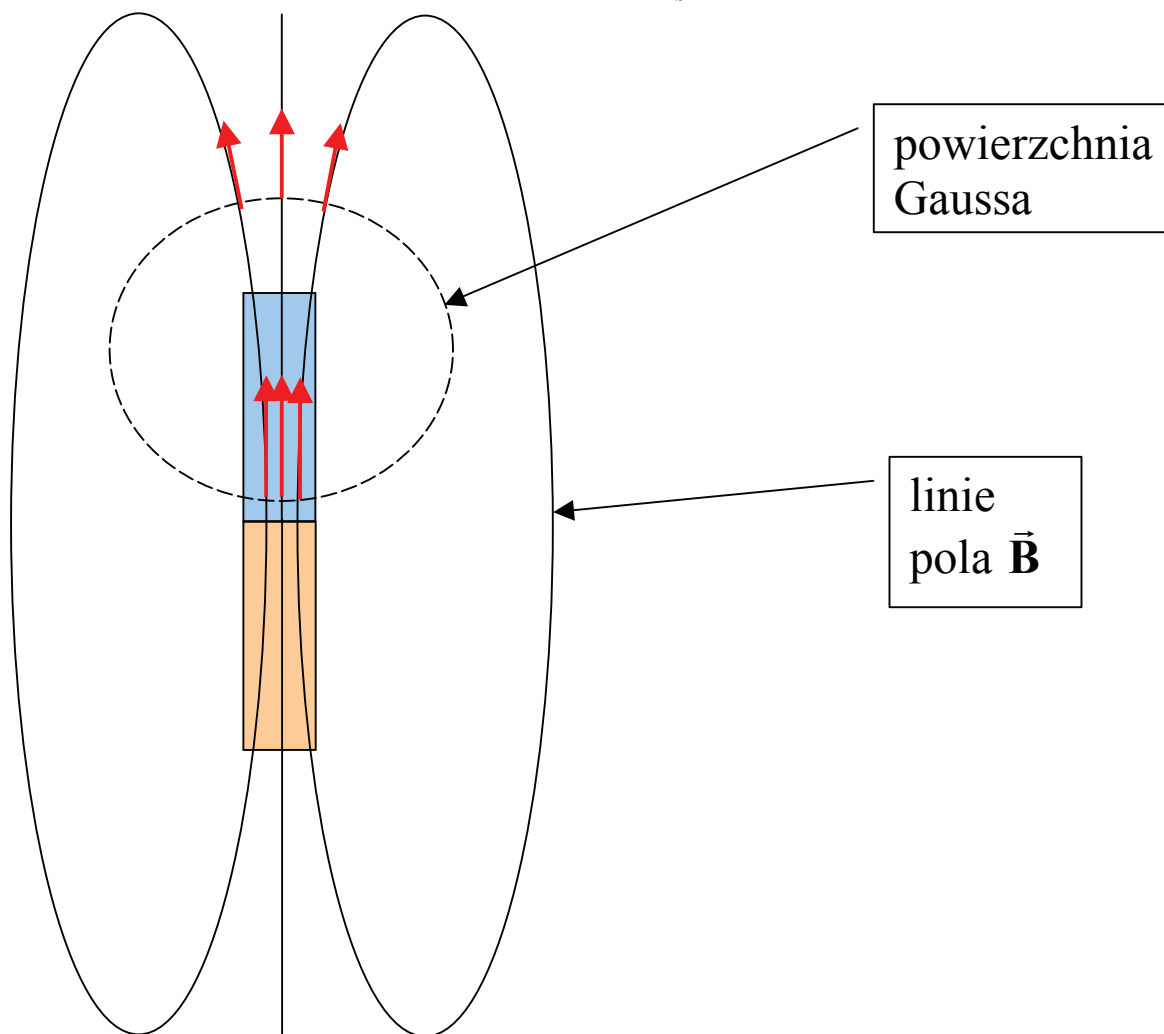
$$\mu_S = \mu_B$$

**Moment magnetyczny elektronu jest przeciwny do spinu (z powodu ujemnego ładunku).
Momenty magnetyczne związane z orbitalnym i spinowym momentem pędu są odpowiedzialne za magnetyzm materii.**

Prawa elektromagnetyzmu w obecności magnetyków

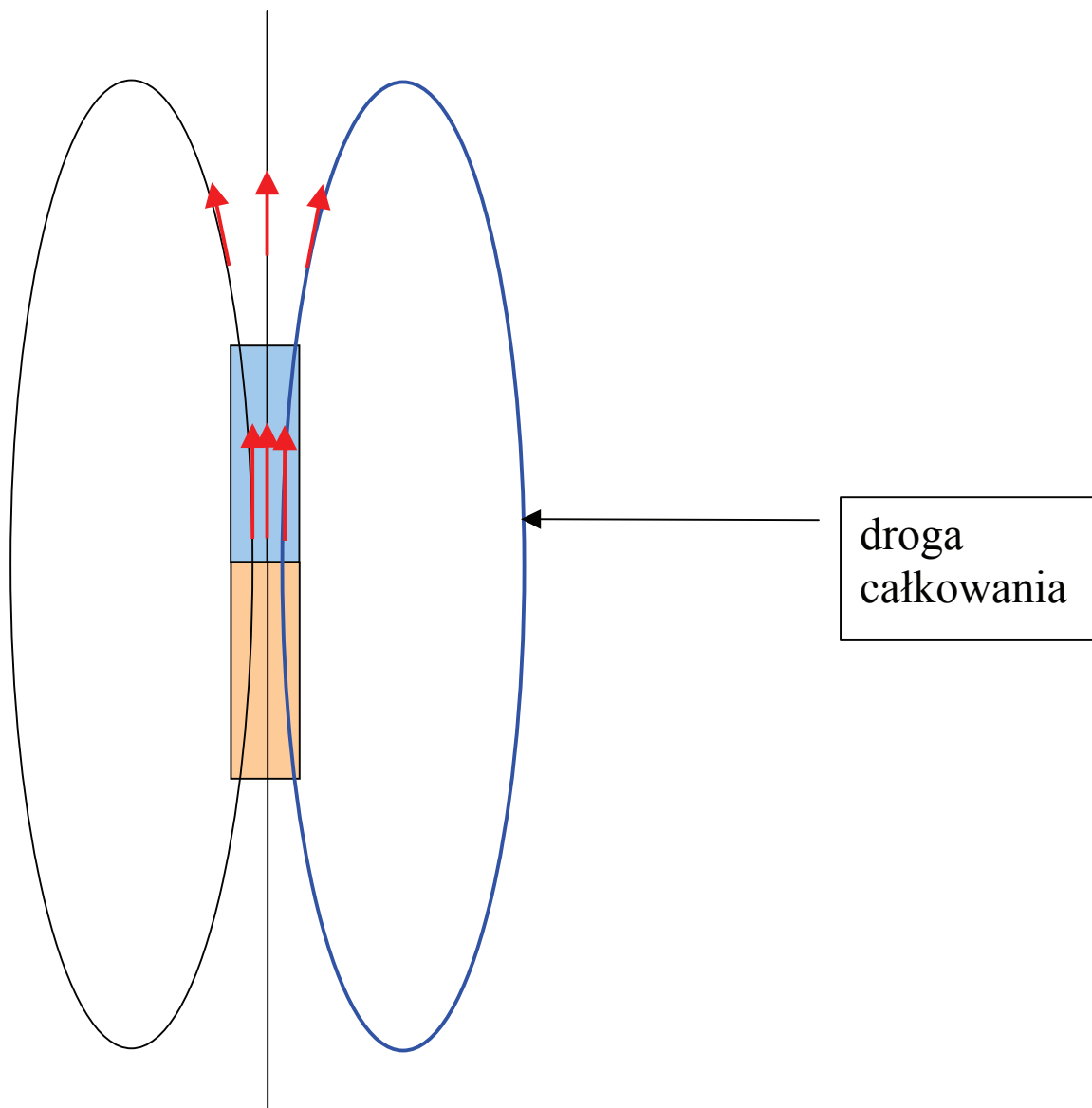
Prawo Gaussa jest takie samo:

$$\Phi_B = \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



Prawo Ampere'a wymaga modyfikacji

Załóżmy, że wybierzemy jedną z linii pola jako drogę całkowania



$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

$$i = 0$$

$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \mu_0 i$$

definiujemy wektor namagnesowania

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_i}{V}$$

Jest to moment magnetyczny na jednostkę objętości.

jednostka namagnesowania: $1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

$$\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \oint_K \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

zgodne z doświadczeniem

Prawo Ampere'a w obecności magnetyków:

$$\oint_K \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 i + \mu_0 \oint_K \vec{\mathbf{M}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}$$

Wprowadzamy trzeci wektor magnetyczny $\vec{\mathbf{H}}$ - natężenie pola magnetycznego

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \vec{\mathbf{H}} + \mu_0 \vec{\mathbf{M}}$$

stąd

$$\oint_K \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = i$$

a jednostka natężenia pola magnetycznego: $1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

Ważne uwagi:

Natężenie pola magnetycznego $\vec{\mathbf{H}}$ pochodzi tylko od prądów makroskopowych.

Namagnesowanie $\vec{\mathbf{M}}$ pochodzi od momentów magnetycznych istniejących w materii.

Indukcja pola magnetycznego $\vec{\mathbf{B}}$ opisuje w kompletny sposób oddziaływanie pola magnetycznego na ładunki elektryczne (w ruchu) i na dipole magnetyczne.

W próżni

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \vec{\mathbf{H}}$$

W materiałach magnetycznych \vec{B} zależy od \vec{H} (zastosowanie: elektromagnesy)

$$\vec{B} = \kappa_m \mu_0 \vec{H}$$

κ_m - przenikalność magnetyczna.

Zależność \vec{B} od \vec{H} bierze się stąd, że pole \vec{H} wywołuje w materii namagnesowanie \vec{M} :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

$$\mu_0 \vec{M} = \vec{B} - \mu_0 \vec{H}$$

$$\mu_0 \vec{M} = \kappa_m \mu_0 \vec{H} - \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{M} = (\kappa_m - 1) \vec{H}$$

Definiujemy podatność magnetyczną

$$\chi \equiv \kappa_m - 1$$

stąd

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

Empiryczna klasyfikacja magnetyków:

diamagnetyki: κ_m nieco < 1 , χ mała i ujemna

paramagnetyki: κ_m nieco > 1 , χ mała i dodatnia

ferromagnetyki: κ_m znacznie > 1 , χ duża i dodatnia

Diamagnetyzm

zjawisko występowania indukowanego momentu magnetycznego, przeciwnego do pola \vec{H} .

Można to interpretować jako efekt działania reguły Lenza w skali mikro.

Występuje zawsze, nie zawsze jest widoczny.

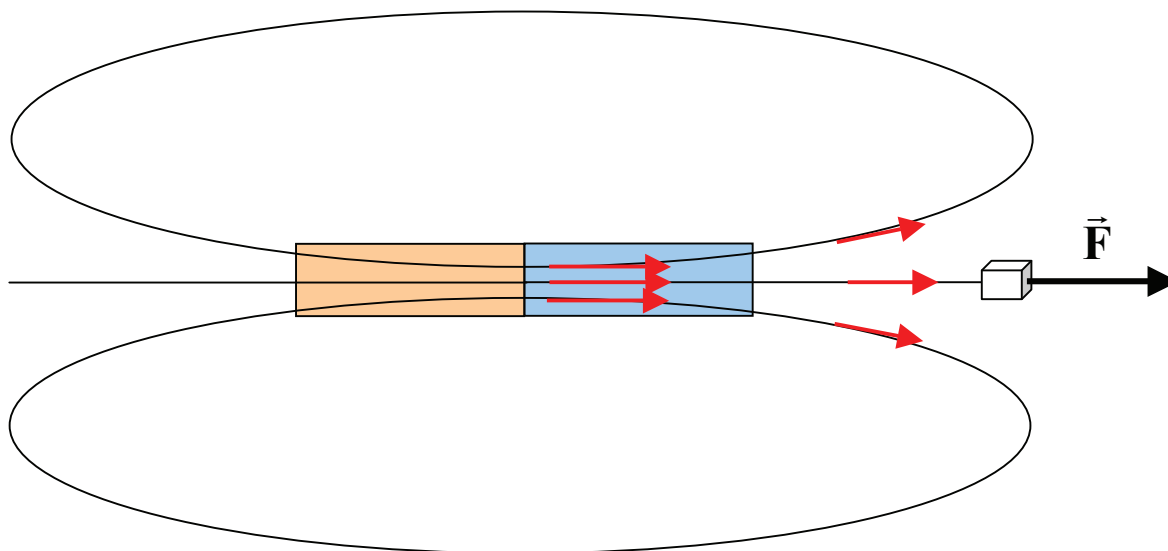
Typowa podatność

$\chi \approx 10^{-6}$, niezależna od temperatury.

Przykładowe diamagnetyki: Sb, Bi, gazy szlachetne, H₂, benzen, grafit, woda, siarka, sól, kwarc.

Nietypowe diamagnetyki: Cu, Ag, Au.

Test doświadczalny: diamagnetyk jest wypychany z pola magnetycznego w kierunku słabszego pola



Inny test: w polu jednorodnym igła lub płytką z diamagnetyka ustawia się prostopadle do linii pola.

Paramagnetyzm

zjawisko występowania indukowanego momentu magnetycznego, zgodnego z polem \vec{H} .

Wyjaśniamy to istnieniem w niektórych materiałach trwałych momentów magnetycznych.

W dielektrykach są to momenty związane z atomami lub cząsteczkami. W zewnętrznym polu \vec{H} mają one tendencję do ustawienia się \parallel do \vec{H} . Przeszkadzają temu drgania termiczne. Prawo Curie:

$$\chi = \frac{const}{T}$$

słuszne w niskich temperaturach.

W temperaturze około 20° C typowe wartości podatności są między $\chi \approx 10^{-5}$ a $\chi \approx 10^{-3}$.

Przykładowe paramagnetyki dielektryczne: O₂, sole metali przejściowych.

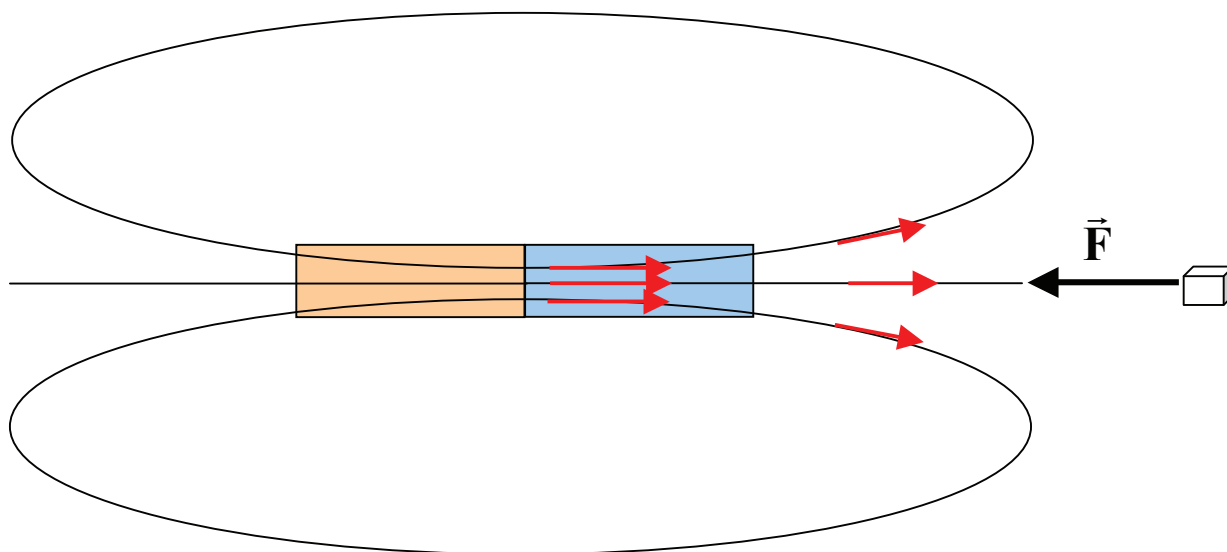
W metalach są swobodne elektrony, które mają spinowy moment magnetyczny. W zewnętrznym polu \vec{H} niewielka ich część ustawia się \parallel do \vec{H} . Ta podatność jest niezależna od temperatury.

Typowa wartość:

$$\chi \approx 10^{-5}$$

Przykładowe paramagnetyki metaliczne: wszystkie metale, które nie są diamagnetykami, ani ferromagnetykami.

Test doświadczalny: paramagnetyk jest wciągany w pole magnetyczne w kierunku silniejszego pola



Inny test: w polu jednorodnym igła lub płytka z paramagnetyka ustawia się równoległe do linii pola.

Ferromagnetyzm

zjawisko występowania spontanicznego namagnesowania (nawet w zerowym polu \vec{H}). Wyjaśniamy to istnieniem bardzo silnego sprzężenia między spinowymi (czasem też orbitalnymi) momentami magnetycznymi elektronów, które mają tendencję do ustawiania się równoległe w jednym kierunku. Jest to dla nich korzystne energetycznie.

Przykłady: Fe, Co, Ni, Dy, Gd, ich związki i stopy, niektóre stopy pierwiastków nieferromagnetycznych, np. Cu_2MnAl , niektóre tlenki pierwiastków nieferromagnetycznych, np. EuO .

Test doświadczalny:

1. uzyskiwanie bardzo dużego momentu magnetycznego nawet w słabym polu (duża χ)
2. bardzo silne wciąganie w obszar większego pola

