

# Przybornik falkowej obróbki sygnałów

Piotr Augustyniak, Katedra Automatyki AGH, 30-059 Kraków, al. Mickiewicza 30

E\_mail: august@biocyb.ia.agh.edu.pl

## Streszczenie.

Tematem pracy jest opis przeznaczonego do współpracy z MATLAB'em przybornika (ang.: toolbox) realizującego przetwarzanie sygnałów w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej. Istniejące narzędzia w postaci dostępnych przyborników nie zawierają w ogóle, albo też zawierają jedynie wersje demonstracyjne procedur wykorzystujących transformacje falkowe (ang.: wavelets). Praktyczna potrzeba wykorzystania takich przekształceń w przetwarzaniu sygnałów biologicznych oraz sygnału mowy, a także dostrzegana powszechnie elastyczność środowiska MATLAB'a skłoniła autora do zaimplementowania 24 własnych procedur składających się na opisywany przybornik. W czasie dwóch lat użytkowania potwierdził on swą przydatność w badaniach naukowych, a także stał się podstawą utworzenia nadrzędnych przyborników: wykładowego i laboratoryjnego przewidzianych do celów dydaktycznych.

## 1. PODSTAWY TEORETYCZNE

### 1. 1. Analiza sygnałów w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej

Jedną z ostatnio najbardziej popularnych i najszybciej rozwijanych dziedzin analizy sygnałów jest analiza czasowo-częstotliwościowa. Jest to związane z coraz powszechniejszym stosowaniem analizy sygnałów rzeczywistych (sejsmologia, medycyna, mowa, czy analiza wibracji). Większość tych występujących w praktyce sygnałów cechuje niestacjonarność, a próby przybliżania ich za pomocą sygnałów stacjonarnych prowadzą do uproszczeń

niemożliwych do zaakceptowania. Dla tych właśnie powodów klasyczne metody analizy częstotliwościowej są niewystarczające.

Skuteczną stosowaną powszechnie do dziś metodę analizy sygnałów w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej zaproponował D. Gabor [1]. Polegała ona na prowadzeniu analizy częstotliwościowej kolejno na fragmentach analizowanego sygnału wyciętych z całości przez tzw. "funkcję okna". Podczas kolejnych analiz "funkcja okna" była "przesuwana" w dziedzinie czasu za każdym razem o interwał równy szerokości okna. W ten sposób analiza częstotliwościowa prowadzona była dla kolejnych odcinków sygnału w sposób niezależny, co prowadziło do powiązania energii poszczególnych komponentów okresowych (widma) z czasem i określenia momentów ich występowania. Gabor zaproponował funkcję okna w postaci gaussoidy:

$$g(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2}t^2} \quad (1)$$

oraz sformułował zasadę konstruowania rodziny funkcji analizujących powstałych z funkcji okna przez wprowadzenie przesunięć w dziedzinie czasu  $b$  i w dziedzinie częstotliwości  $\lambda$ :

$$\omega_{\lambda,b}(t) = g(t-b) e^{2i\pi\lambda t} \quad (2)$$

Wynikiem analizy czasowo-częstotliwościowej sygnału  $f(t)$  są współczynniki postaci:

$$W_f(\lambda, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \omega_{\lambda,b}(t) dt \quad (3)$$

Z zależności (1) i (2) wynika następujący nadający się do praktycznej implementacji wzór opisujący funkcję analizującą:

$$\omega_{\lambda,b}(t) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-b}{d}\right)^2} \cdot e^{2\pi i \lambda t} \quad (4)$$

gdzie:  $b$  - przesunięcie okna w dziedzinie czasu  
 $l$  - częstotliwość analizująca  
 $d$  - szerokość okna

Należy zwrócić uwagę na występowanie we wzorze Gabora trzech współczynników, z których jeden -  $b$  - odpowiada za przesuwanie okna (parametr czasowy), drugi -  $l$  - za wartość częstotliwości analizującej wypełniającej okno (parametr częstotliwościowy) oraz trzeci, niezmienny w całej rodzinie funkcji analizujących, parametr  $d$  wyznaczający szerokość okna.

Największą niedogodnością metody zaproponowanej przez Gabora wydaje się być stała, raz dobierana szerokość okna analizy, ograniczająca jednocześnie precyzję w dziedzinie czasu i zakres częstotliwości analizy. Optymalnie prowadzona analiza o precyzji ograniczonej jedynie zasadą nieoznaczoności ma miejsce na dolnej krawędzi zakresu częstotliwościowego, tj. w przypadku tych tylko funkcji analizujących  $w_{l,b}$ , których okres  $1/l$  jest równy szerokości okna gaussoidy  $d$ . Wszystkie wyższe częstotliwości analizowanego sygnału wykrywane są z tą samą precyzją, znacznie mniejszą od możliwej do uzyskania zgodnie z zasadą nieoznaczoności.

Odmianą od opisanej poprzednio metodę analizy sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej zaproponowali w 1984 r. Francuzi J. Morlet i A. Grossman [2]. Podobnie jak w analizie Gabora, w omawianej metodzie sformułowano funkcję podstawową, regułę konstrukcji na jej podstawie rodziny funkcji analizujących, oraz wzór opisujący wynik analizy w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej w postaci funkcji dwu zmiennych (czasu i częstotliwości).

J. Morlet zaproponował funkcję podstawową postaci:

$$\psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot \cos(5t) \quad (5)$$

którą nazwał falką-matką (fr.: *ondelette-mere*), jako że służy ona do konstrukcji rodziny falek analizujących (fr.: *ondelette analysante*)  $y_{a,b}$  zgodnie ze wzorem:

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (6)$$

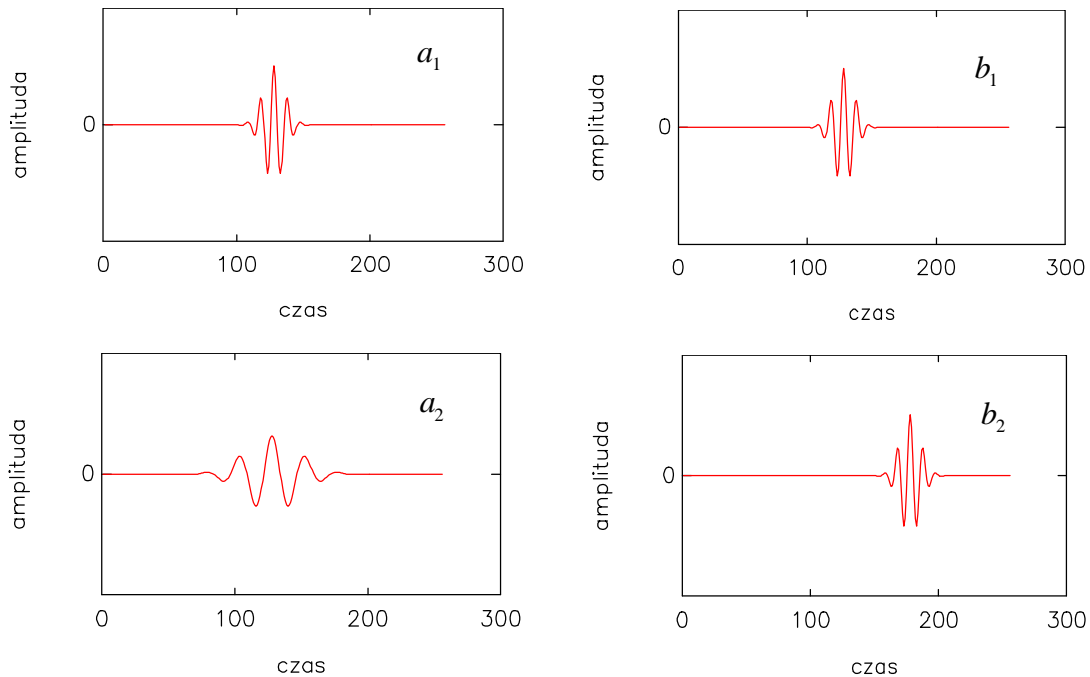
gdzie:  $b$  jest przesunięciem czasowym  
 $a > 0$  jest tzw. współczynnikiem kontrakcji (ściśnięcia) i odpowiada jednocześnie za częstotliwość i czasowy zasięg analizy.

Współczynniki reprezentujące analizowany sygnał w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej opisuje zależność:

$$C_f(a, b) = (f * \Psi_{a,b}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \Psi_{a,b}(t) dt \quad (7)$$

Jak łatwo zauważyć, zależność ta, podobnie jak podana przez Gabora zależność (3), jest równoważna konwencji sygnału analizowanego  $f(t)$  z falką analizującą  $y_{a,b}(t)$  lub w przypadku analizy Gabora z funkcją analizującą  $w_{l,b}(t)$ .

W porównaniu do stosowanych w analizie Gabora funkcji okna mających zawsze mniej lub bardziej przybliżoną formę gaussoidy, funkcja  $y(t)$  posiada zdecydowanie odmienne cechy jasno wynikające z jej odmiennej natury. Funkcja  $y(t)$  jest parzystą funkcją lokalnie oscylującą a poza spójnym przedziałem oscylacji przyjmuje wartości zerowe. Jej całka na całym zbiorze argumentów jest równa zero. Inną ważną własnością jest jednoczesna dobra lokalizacja funkcji  $y(t)$  w dziedzinie czasu oraz jej widma  $y'(f)$  w dziedzinie częstotliwości. Oznacza to szybką zbieżność do zera funkcji  $y(t)$  i jej widma  $y'(f)$  dla argumentów dążących do nieskończoności. Własność tę określa się często przez sformułowanie, że  $y(t)$  i  $y'(f)$  są "równe zero prawie wszędzie". Przebieg otrzymanej funkcji  $y(t)$  w dziedzinie czasu podobny jest do zafalowania (rys. 1): stanowi skupione lokalnie oscylacje szybko gasnące wraz z odległością od centrum - stąd nazwa: falka (ang.: *wavelet*, fr.: *ondelette*).



Rysunek 1. Falka Morleta w dziedzinie czasu; dwie wartości współczynnika kontrakcji  $a_2 > a_1$ , oraz dwie wartości przesunięcia czasowego  $b_2 > b_1$ .

W metodzie analizy zaproponowanej przez Morleta inna jest także (w porównaniu z analizą Gabora) reguła konstruowania rodziny funkcji analizujących. W analizie Gabora szerokość okna analizy była stała, co powodowało wzrost ilości oscylacji w oknie wraz ze wzrostem częstotliwości. Przeciwnie, w analizie Morleta ilość oscylacji falki jest stała, a zmianie częstotliwości towarzyszy proporcjonalna zmiana czasowego zasięgu falki. Zastosowana przez Morleta zasada konstrukcji rodziny falek analizujących opisana wzorem (6) została nazwana skalowaniem. Ma ona fundamentalne znaczenie, gdyż dzięki niej metody analizy falkowej nie dotyczy główny zarzut stawiany metodzie Gabora, dotyczący nieoptymalnej analizy z punktu widzenia precyzji i pasma analizowanych częstotliwości. Zmienny czasowy zasięg analizy falkowej prowadzi w konsekwencji do zmiennej precyzji czasowej lokalizacji poszczególnych komponentów częstotliwościowych sygnału. Bardziej precyzyjnie określić można położenie czasowe dla częstotliwości wysokich, co jest związane ze zmniejszaniem się czasowego zasięgu falki przy wzroście częstotliwości (współczynnika kontrakcji).

Analiza falkowa oprócz wymienionych zalet ma jeszcze i tę, że może być prowadzona w oparciu o bardzo różnorodne funkcje podstawowe. Warunki konieczne i wystarczające, aby dowolna funkcja  $y(t)$  mogła pełnić rolę falki-matki są następujące:

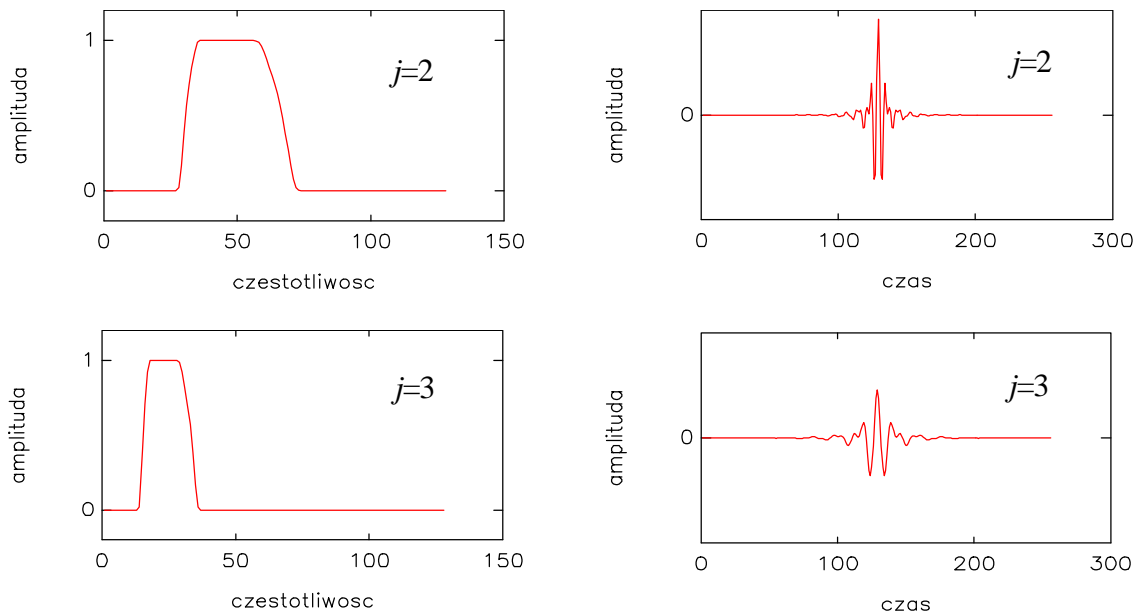
Najprostszym przykładem innej niż zaproponowana przez Morleta funkcji oscylującej lokalnie mogą być wyższe

$$\left. \begin{array}{l} 1. : \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi'(\lambda)|^2}{|\lambda|} d\lambda < +\infty \\ 2. : \|\psi\|_2 = 1 \end{array} \right\} (8)$$

pochodne funkcji Gaussa.

## 1. 2. Ortogonalne transformacje falkowe

Prace Y. Meyera [3] opierały się na wprowadzeniu pojęcia rzędu falki w oparciu o współczynniki rozwinięcia w szereg Taylora oraz hipotezie istnienia falki rzędu nieskończonego. Były prowadzone niezależnie od sformułowanej nieco później przez S. Mallata teorii analizy o zmiennej rozdzielczości. Ich rezultatem było podanie w 1987 r. ogólnej reguły konstrukcji rodziny falek klasy  $C^\infty$  tworzących ortogonalną bazę dekompozycji. W stosunku do wcześniej stosowanych reguł [4] istotną nowością stało się konstruowanie funkcji podstawowej z odcinków funkcji ściśle dobranych w celu zachowania ortogonalności oraz "skalowanie" funkcji analizujących w dziedzinie częstotliwości. Konsekwencją tego jest brak analitycznej postaci czasowej falek Meyera (rys. 2.).



Rysunek 2. Dwie falki ortogonalnej rodziny Meyera dla oktav 2 i 3 w dziedzinie częstotliwości oraz w dziedzinie czasu

Skonstruowanej w dziedzinie częstotliwości rodzinie widm falek analizujących odpowiada w dziedzinie czasu rodzina falek analizujących. Z uwagi na względną symetrię widm - w dziedzinie czasu falki Meyera są funkcjami czysto rzeczywistymi. Współczynnikami dekompozycji sygnału  $s(t)$  nazwał Meyer wielkości  $c_{j,k}$ , takie że:

$$c_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) * g_{j,k}(t) dt \quad (9)$$

gdzie  $g_{j,k}(t)$  oznacza rodzinę falek Meyera w dziedzinie czasu we wszystkich możliwych wariantach przesunięć czasowych ( $k$ ) i częstotliwościowych ( $j$ ). Współczynniki  $c_{j,k}$  stanowią reprezentację sygnału  $s(t)$  dziedzinie czasowo-częstotliwościowej. Kwadrat  $c_{j,k}$  reprezentuje przybliżoną energię sygnału  $s(t)$  w otoczeniu chwili  $2^{j*k}$  w pasmie częstotliwości wyznaczonym przez  $j$ . Można wykazać, że współczynniki  $c_{j,k}$  mogą być również otrzymane za pomocą konwolucji sygnału  $s(t)$  i falki analizującej  $g_{j,0}(t)$  obliczanej w punktach  $2^{j*k}$ . Ma to istotne znaczenie praktyczne w przypadku, gdy konwolucja wykonywana jest przy użyciu pary transformacji Fouriera.

Dzięki ortogonalności bazy dekompozycji utworzonej przez rodzinę falek dyskretnych Meyera możliwa jest rekonstrukcja

sygnału pierwotnego  $s(n)$  za pomocą skończonych sum przebiegających zakresy zmienności  $j$  oraz  $k$ .

W rekonstrukcji sygnału pierwotnego bierze udział  $N-1$  współczynników falkowych  $c_{j,k}$  będących reprezentacją sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej, oraz  $c_{0,0}$  - wartość średnia sygnału.

$$s(n) = \sum_{j=-p}^{-1} \sum_{k=0}^{2^j N-1} c_{j,k} \cdot g_{j,k}(n) + c_{0,0} \quad (10)$$

Odmiennej sposób transformacji sygnału do dziedziny czasowo-częstotliwościowej zaproponował S. Mallat jako konsekwencję sformułowanej przez siebie teorii aproksymacji przestrzeni  $L^2(\mathbb{R})$  ze zmienną rozdzielczością [5]. Transformacja z założenia dotyczy sygnału dyskretnego - sygnał pierwotny  $s(n)$  uznaje się bowiem za aproksymatę sygnału ciągłego  $s(t)$  przy rozdzielczości  $j$ , któremu odpowiada częstotliwość maksymalna  $f_j$  będąca połową częstotliwości próbkowania na mocy twierdzenia Shannona. Korzystając z faktu, że aproksymata przy rozdzielczości  $j$  zawiera wszystkie informacje niezbędne do uzyskania aproksymaty przy rozdzielczości  $j+1$  można dokonać dekompozycji aproksymaty przy rozdzielczości  $j$  (faktycznie sygnału  $s(n)$ ) na dwie składowe, z których jedna będzie aproksymatą przy rozdzielczości  $j+1$  (zawierającą składowe dolnej połowy pasma sygnału dekomponowanego), a druga (zawierającą składowe górnej połowy pasma sygnału dekomponowanego) - sygnałem różnicowym (rys. 3.). Zarówno aproksymata przy rozdzielczości  $j+1$ , jak i sygnał różnicowy (dzięki dokonaniu dekompozycji bezstratnie i bez redundancji informacji) zawierają  $N/2$  próbek. W charakterze filtrów rozdzielających pasmo sygnału dekomponowanego na dwie połowy użyto funkcji sklejących (ang.: *cubic splines*) - filtry  $H(\omega)$  i  $G(\omega)$  konstruowane są w dziedzinie częstotliwościowej, a konwoluja

z sygnałem jest dokonywana z użyciem pary transformacji Fouriera.

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{\Sigma_{2n}(\omega)}{2^{2n}\Sigma_{2n}(2\omega)}} \quad (11)$$

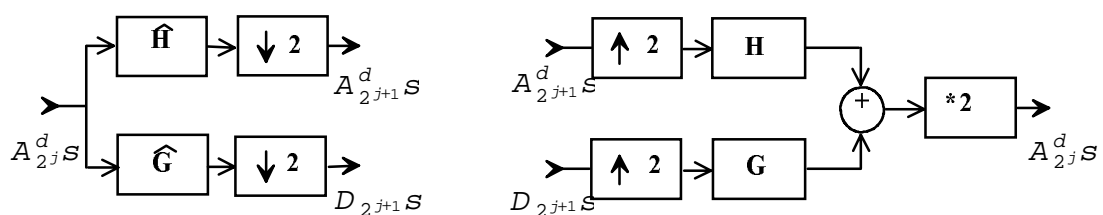
gdzie  $\Sigma_{2n}(\omega)$  jest funkcją sklejaną sześcienną

$$G(\omega) = e^{-i\omega} \overline{H(\omega + \pi)} \quad (12)$$

Transformacja wykorzystuje schemat dekompozycji piramidowej wykonywanej aż do ostatniego punktu sygnału. Sygnały różnicowe na poszczególnych poziomach dekompozycji stanowią (dzięki ortogonalności filtrów) pełną reprezentację sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej i mogą być podstawą bezstratnego odtworzenia postaci czasowej sygnału. Wymaga to odwrócenia algorytmu dekompozycji oraz zastosowania tzw. filtrów lustrzanych (ang.: *mirror filter*).

### 1. 3. Filtracja sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej

Istnienie odwracalnej transformacji falkowej (dzięki ortogonalności bazy dekompozycji) umożliwia realizację algorytmu filtracji sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej. Algorytm ten polega na transformacji sygnału do dziedziny czasowo-często-



- X** - konwoluja sygnału z filtrem X
- ↓ 2** - pominięcie co drugiej (parzystej) próbki sygnału ( subsampling )

- \* 2** - mnożenie każdej próbki sygnału przez 2
- X** - konwoluja sygnału z filtrem X
- ↑ 2** - wstawienie próbki o wartości 0 pomiędzy każde dwie istniejące próbki ( upsampling )

Rysunek 3. Schemat jednego kroku dekompozycji sygnału w algorytmie piramidowym wykorzystywanym przez transformację Mallata oraz schemat jednego kroku rekonstrukcji sygnału

tliwościowej, następnie modyfikacji jego reprezentacji czasowo-częstotliwościowej i wreszcie odwrotnej transformacji do dziedziny czasu. Bezstratność transformacji gwarantuje, że wszelkie modyfikacje czasowej postaci sygnału są ściśle uzależnione od przekształceń dokonywanych na jego reprezentacji czasowo-częstotliwościowej (rys. 4):

$$X_{k,j} = WT \{s(n)\} \quad (13a)$$

$$Y_{k,j} = M_{k,j} \bullet X_{k,j} \quad (13b)$$

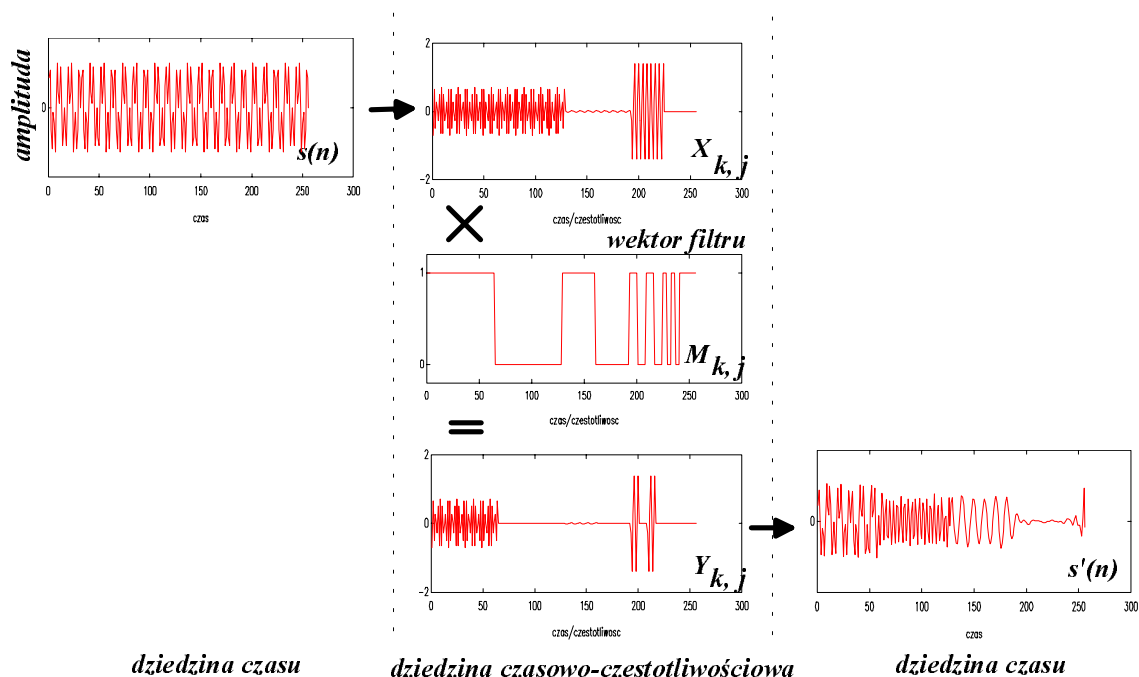
$$s'(n) = IWT \{Y_{k,j}\} \quad (13c)$$

gdzie zależność (13b) reprezentuje przekształcenia dokonywane w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej.

Kryteria decydujące o wybraniu środowiska MATLAB'a były następujące:

- ◆ eksperymentalny charakter prowadzonych badań,
- ◆ łatwość doboru (modyfikacji) parametrów,
- ◆ łatwość analizy graficznej,
- ◆ łatwość operacji na sygnałach o różnej częstotliwości próbkowania i różnej skali amplitudowej.

Implementacji dokonano wyłącznie na podstawie cytowanych pozycji literaturowych [1] ... [5]. Wszystkie procedury zostały zaimplementowane w postaci m-plików, po czym dokonano szczegółowej kontroli poprawności ich działania z użyciem przykładów podanych przez autorów, a także na podstawie własnych testów w oparciu o teorię



Rysunek 4. Idea filtracji sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej

## 2. PRZYBORNIK FALKOWEJ OBRÓBK

### SYGNAŁÓW

#### 2. 1. Zestaw podstawowy

Bezpośrednim celem wykonania pierwszych implementacji algorytmów transformacji falkowych była analiza sygnałów biomedycznych w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej.

sygnałów. Kolejnym krokiem była optymalizacja wszystkich procedur ze względu na szybkość działania.

Ponieważ transformacje te spełniły pokładane w nich nadzieje szybko stając się sprawnym i wygodnym narzędziem obróbki sygnałów, wykonano implementacje innych transformacji falkowych, a także kilku narzędzi służących do badania ich własności (np. ortogonalności, zasięgów

czasowo-częstotliwościowych itp.) oraz narzędzi do projektowania falek o zadanych parametrach. W ten sposób utworzono wersję podstawową przybornika składającą się z 24 programów. Każdy z nich wyposażony jest w opcję "help", która opisuje:

- ◆ nazwę oraz zastosowanie,
- ◆ sposób wywołania,
- ◆ opis i format argumentów oraz rezultatów,
- ◆ listę wywoływanych programów (m-plików) spoza zbioru standardowego

Programy wchodzące w skład przybornika tworzą 6 podzbiorów zorganizowanych stosownie do realizowanych zadań:

- ◆ analiza Gabora,
- ◆ analiza falkowa Morleta,
- ◆ analiza falkowa na przykładzie 8-mej pochodnej gaussoidy,
- ◆ filtracja z użyciem odwracalnej transformacji Meyera,
- ◆ filtracja z użyciem odwracalnej transformacji Mallata,
- ◆ programy pomocnicze.

Wymienione programy w czasie ponad 2 lat eksploatacji były używane do przeprowadzenia wielu eksperymentów naukowych dotyczących obróbki sygnałów biologicznych w pełni potwierdzając swe zalety.

## 2. 2. Przybornik wykładowy

W oparciu o opisany zestaw procedur podstawowych realizujących obróbkę sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej został skonstruowany przybornik wykładowy. Jego celem jest wspomaganie wykładów z zakresu przetwarzania sygnałów w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej. Przewidziano obsługę 3 jednostek wykładowych (o czasie trwania 1.5 h każda) dotyczących następujących tematów:

- ◆ transformacja czasowo-częstotliwościowa, nieortogonalne rodziny falkowe,
- ◆ ortogonalne transformacje falkowe,
- ◆ filtracja sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej.

Przybornik ma na celu wprowadzenie osoby nauczanej w zagadnienie od strony matematycznej oraz praktycznej szeroko poparte przykładami. Jest on w zasadzie przewidziany jako pomoc dla wykładowcy, lecz może z powodzeniem pełnić rolę podręcznika umożliwiającego samodzielne poznanie lub utrwalenie prezentowanego materiału. Podobnie jak w klasycznym podręczniku - nie przewidziano interakcji z użytkownikiem.

Z punktu widzenia programisty przybornik stanowi powłokę wokół jądra, którym jest zestaw podstawowy. Wszystkie programy powłoki mają postać m-plików wykorzystujących m-pliki zestawu podstawowego, a także standardowe funkcje MATLAB'a. Podobnie jak w przypadku zestawu podstawowego wszystkie programy przybornika wykładowego wyposażone są w "help" o analogicznej strukturze. Programy przybornika można funkcjonalnie podzielić na:

- ◆ procedury obsługujące tekst wykładu,
- ◆ procedury obsługujące przykłady numeryczne,
- ◆ generator sygnałów testowych.

## 2. 3. Przybornik laboratoryjny

W oparciu o opisany zestaw procedur podstawowych realizujących obróbkę sygnału w dziedzinie czasowo-częstotliwościowej został skonstruowany przybornik laboratoryjny. Jego celem jest stworzenie środowiska i narzędzi do wykonania przez osobę ćwiczącą 3 ... 4 ćwiczeń (o czasie trwania 1.5 h każde) o charakterze kierowanego eksperymentu numerycznego. Każda jednostka poświęcona jest innemu tematycznie zagadnieniu przetwarzania sygnałów i zawiera eksperymenty o zmiennym (uszeregowanym narastająco) stopniu trudności wykonania. Wszystkie ćwiczenia przystosowane są do wykonywania ich bez pomocy nauczyciela. Najistotniejszą cechą przybornika laboratoryjnego jest stała interakcja między oprogramowaniem a osobą ćwiczącą. Jako zakończenie każdej jednostki ćwiczeniowej przewidziano test składający się z 7 pytań, którego wynik może być podstawą oceny (lub samooceny) stopnia opanowania partii materiału.

Podobnie jak przybornik wykładowy, z punktu widzenia programisty przybornik laboratoryjny stanowi powłokę wokół jądra, którym jest zestaw podstawowy. Wszystkie programy powłoki mają postać m-plików wykorzystujących m-pliki zestawu podstawowego, a także standardowe funkcje MATLAB'a. Podobnie jak w przypadku zestawu podstawowego wszystkie programy przybornika laboratoryjnego wyposażone są w "help" o analogicznej strukturze. Programy przybornika laboratoryjnego spełniają następujące funkcje:

- ◆ opis celu i przebiegu ćwiczenia,
- ◆ procedury pomocnicze służące do interpretacji graficznej i obróbki statystycznej rezultatów,
- ◆ generator sygnałów testowych.

Do poprawnego działania, zarówno przybornik wykładowy jak i laboratoryjny wymagają instalacji procedur należących do zestawu podstawowego. Nie ma natomiast konieczności każdorazowej instalacji obydwu przyborników - są one niezależne i mogą się znajdować we wspólnym katalogu.

### 3. PODSUMOWANIE

Opisywany przybornik falkowej obróbki sygnałów był skonstruowany w celu zaspokojenia konkretnych potrzeb narzędziowych w zadaniach badawczych, a następnie także dydaktycznych w Laboratorium Biocybernetyki (Katedra Automatyki) AGH. Konieczność taka powstała wobec braku na rynku odpowiednich narzędzi (poza wersjami demonstracyjnymi - pozbawionymi jakichkolwiek możli-

zastosowań badawczych czy dydaktycznych). Jakkolwiek opisywany przybornik spełnia obecnie minimum stawianych przed nim wymagań, pożądane jest dalsze prowadzenie prac uzupełniających poruszane w nim zagadnienia. W szczególności chodzi tu o rozszerzenie zestawu procedur podstawowych o nie zaimplementowane jeszcze transformacje, a także o zwiększenie wymiaru operacji istniejących transformacji do 2, co umożliwiłoby przetwarzanie (kompresję) obrazów. Skuteczną metodą stałego doskonalenia opisywanego przybornika mogą być uwagi jego użytkowników, dlatego zainteresowany stałym wzbogacaniem jego walorów autor zdecydował się na nieodpłatne jego udostępnianie wszystkim zainteresowanym.

### LITERATURA

1. [GAB46] Gabor D. "Theory of Communication" J of the IEEE Vol 93 pp 429-457, 1946.
2. [GRO84] Grossman A, Morlet J. "Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape" SIAM J. Math. Anal. 1984, 15, pp 723-736.
3. [MEY90] Meyer Y. "Ondelettes et operateurs" I: Ondelettes. Editions Herman 1990.
4. [RIO91] Rioul O, Vetterli M. "Wavelets and Signal Processing" IEEE Signal Processing Magazine Oct. 1991, pp 13-38.
5. [MAL89] Mallat S. "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation" IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence Vol II, no 7, 1989.