

KOŁOKWIUM 1, Fizyka Medyczna
25.04.2014

1. (9 pkt.) Za pomocą transformaty Laplace'a rozwiązać następujący układ równań różniczkowych przy zadanych warunkach początkowych:

$$\begin{cases} x'' + y'' = t^2 \\ x'' - y'' = 4t \end{cases}, \quad x(0) = 8, \quad x'(0) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

2. (8 pkt.) Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami o równaniach $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = z^2$ (gdzie $z \geq 0$).
3. (8 pkt.) Znaleźć masę łuku krzywej będącej brzegiem figury

$$2x^2 + 3y^2 \leq 4$$

leżącej między punktami $A = (1, \frac{\sqrt{6}}{3})$ i $B = (0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$. Gęstość krzywej w każdym jej punkcie jest równa $\rho(x, y) = xy$.

4. (11 pkt.) Obliczyć całkę skierowaną

$$\oint_L (xy^2 + 1)dx + (y \ln(1 + x^2))dy,$$

gdzie L jest brzegiem trapezu $ABCD$ dla $A = (-1, 0)$, $B = (-1, 1)$, $C = (1, 3)$, $D = (1, 0)$, zorientowanym ujemnie.