

# ZESTAW 8

ELEKTROMAGNETYZM I OPTYKA FİS-FT-1 S2 GR. 1

Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: [strzalka@fis.agh.edu.pl](mailto:strzalka@fis.agh.edu.pl)

Zestawy dostępne pod adresem: [http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio\\_ft](http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio_ft)

Tematyka: pole magnetyczne: wektor indukcji pola, prawo Biota-Savarta, prawo Ampere'a, solenoid.

1. Wyznacz zależność indukcji pola magnetycznego wytwarzanego przez nieskończenie długi przewód z prądem  $I$  w odległości  $r$  od niego, za pomocą (i) prawa Ampere'a, (ii) prawa Biota-Savarta.
2. Proszę znaleźć pole magnetyczne w środku kwadratowej pętli o boku  $a = 50$  cm, przez którą płynie prąd o natężeniu  $I = 1,5$  A.
3. Proszę obliczyć wektor indukcji pola magnetycznego wytwarzanego przez pętlę kołową o promieniu  $R$  z prądem o natężeniu  $I$  w punkcie na osi pętli w odległości  $z$  od jej środka. Jaki prąd musiałby płynąć przez hipotetyczny, pojedynczy kabel owijający równik Ziemi, aby indukcja pola magnetycznego wytwarzanego przez ten kabel na biegunach była porównywalna z indukcją naturalnego pola Ziemi (ok.  $100 \mu\text{T}$ )?
4. Nieskończenie długi i prosty drut został na pewnym odcinku zakrzywiony w pętlę (rys. 1a). Jaka musi być odległość  $r$ , aby pole magnetyczne w środku okręgu (o promieniu  $R$ ) było równe 0?
5. [openstax.pl 12.65] Trzy długie, prostoliniowe, równoległe przewody zostały rozmieszczone jak na rys. 2. W każdym z przewodów płynie prąd o natężeniu 20 A. Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego w punkcie P.
6. Przez długi przewodnik w kształcie walca o promieniu  $R$  płynie prąd elektryczny, przy czym jego rozkład na przekroju poprzecznym walca:
  - (a) jest stały i wynosi  $I$ ;
  - (b) dany jest gęstością zależną od odległości od osi walca jak  $j(r) = \alpha \cdot r$  ( $\alpha, j_0$  - stałe);
  - (c) dany jest zależnością natężenia od odległości:  $I(r) = I_0 (1 - e^{-\frac{r}{R}})$ .W każdym przypadku, korzystając z prawa Ampere'a, wyznaczyć natężenie pola magnetycznego w funkcji odległości  $r$  od osi walca. Dodatkowo pokazać, jak sformułować prawo Biota-Savarta dla przestrzennych rozkładów prądu (grubych przewodników) i powtórzyć obliczenia dla podpunktu 6b lub 6c.
7. [por. openstax.pl 12.89] Płaski długi pasek miedziany o szerokości  $a$  i zaniedbywalnej grubości przewodzi prąd o natężeniu  $I$ . Proszę znaleźć pole  $B$  w odległości  $R$  od środka paska (i) w kierunku prostopadłym do niego (nad osią symetrii paska) oraz (ii) w płaszczyźnie paska (przy  $R > a/2$ ). *Skorzystaj z prawa Biota-Savarta.*
8. [openstax.pl 12.68] Proszę wyznaczyć indukcję pola magnetycznego wytworzonego przez prąd o gęstości liniowej  $j$  płynący w nieskończonej płaszczyźnie. Policzyć: (i) korzystając z prawa Ampere'a oraz (ii) bezpośrednio całkując przyczynki od odpowiednich obszarów płaszczyzny.
9. [por. openstax.pl 12.81 i 86, Hannel IV.23] Przez bardzo długi, prostoliniowy przewodnik o kołowym przekroju poprzecznym o promieniu  $R_1$  płynie stały prąd o natężeniu  $I$ . Wewnątrz przewodnika znajduje się cylindryczne wydrążenie (dziura) o promieniu  $R_2$ , której środek znajduje się w odległości  $a$  od środka przewodnika, przy czym  $a > R_2$  oraz  $(R_2 + a) < R_1$ , patrz: rys.1b. Proszę znaleźć wektor indukcji pola magnetycznego w dowolny punkcie poza przewodnikiem ( $r > R_1$ ), a także wielkość pola magnetycznego w wydrążeniu.
10. [por. openstax.pl R.12] Proszę obliczyć wartość indukcji pola magnetycznego wytwarzanego przez:
  - (a) nieskończony solenoid o promieniu  $R$  oraz liczbie zwojów na jednostkę długości  $n$ , przez który płynie prąd  $I$ ;
  - (b) skończony solenoid w punkcie leżącym na jego osi, jeżeli końce solenoidu widać z tego punktu pod kątami odpowiednio  $\alpha$  i  $\beta$ , promień solenoidu wynosi  $R$ , liczba zwojów na jednostkę długości jest równa  $n$ , a przez solenoid płynie prąd  $I$ . Przedyskutować przypadki szczególne i asymptotyczne.
  - (c) Jaki błąd popełnia się, wyznaczając indukcję pola w środku skończonego solenoidu o długości  $k$  (np.  $k = 20$ ) razy większej od jego średnicy, korzystając ze wzoru dla nieskończonego solenoidu?
11. Proszę wyznaczyć indukcję pola magnetycznego w wierzchołku ściętego stożka o promieniach  $R_1$  i  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ), na powierzchni bocznej którego nawinięto ciasno  $N$  zwojów. Wysokość stożka jest równa  $h$ , a prąd płynący przez uzwojenie ma natężenie  $I$ . Płaszczyzny zwojów są równoległe do podstawy stożka.

12. Sfera o promieniu  $R$  naładowana powierzchniowo ładunkiem o gęstości  $\sigma$  obraca się ze stałą prędkością kątową  $\omega$  wokół swojej średnicy. Znaleźć wielkość wyindukowanego pola magnetycznego w geometrycznym środku sfery.
13. [openstax.pl 12.75] Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego w dowolnym punkcie na osi  $z$  układu cewek Helmholtza. Jest to układ dwóch równoległych kołowych zwojnic o wspólnej osi przechodzącej przez ich środki. Cewki połączone są tak, że płyną w nich prądy o takim samym natężeniu  $I$ . Każda z cewek o promieniu  $R$  składa się z  $N$  zwojów, przy czym  $R$  jest także odległością między tymi cewkami (rys. 1c). Następnie oceń jednorodność pola w środku układu, tzn. zbadać pierwszą i drugą pochodną funkcji  $B(z)$  w punkcie  $z = 0$ .
14. [openstax.pl 12.77] Cienki, nieprzewodzący dysk o promieniu  $R$  może się swobodnie obracać wokół osi przechodzącej przez jego środek i prostopadłej do płaszczyzny dysku. Dysk naładowany jest jednorodnie ładunkiem o całkowitej wartości równej  $q$ . Przyjmując, że dysk obraca się ze stałą prędkością kątową  $\omega$ , oblicz wartość indukcji pola magnetycznego w jego środku.
15. Pokazać, że pole magnetyczne, dla którego potencjał wektorowy dany jest równaniem:

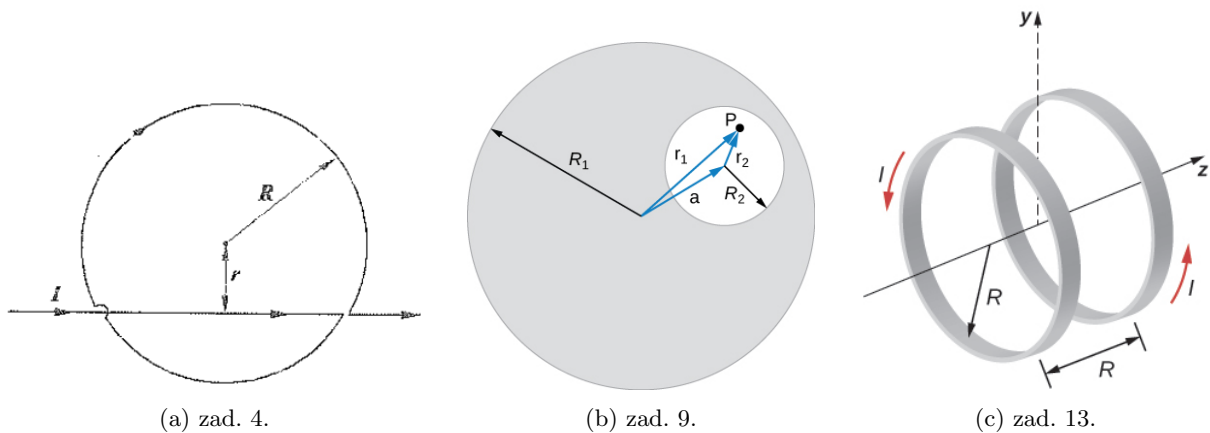
$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

spełnia prawo Biota-Savarta dla punktu w  $\vec{r}$  od źródła pola w  $\vec{r}'$ .

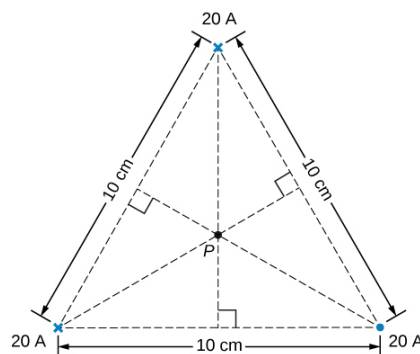
- \*16. [Hennel IV.26] Igła magnetyczna o momencie dipolowym magnetycznym  $\vec{\mu}$  wytwarza pole magnetyczne o natężeniu

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}}{r^3}$$

Znaleźć potencjały skalarny i wektorowy pola dipola magnetycznego. *Komentarz. Wzór ten jest analogią wzoru na natężenie pola elektrycznego od dipola elektrycznego.*



Rysunek 1



Rysunek 2: zad. 5.