

# ZESTAW 7

ELEKTROMAGNETYZM I OPTYKA FIS-FT-1 S2 GR. 1

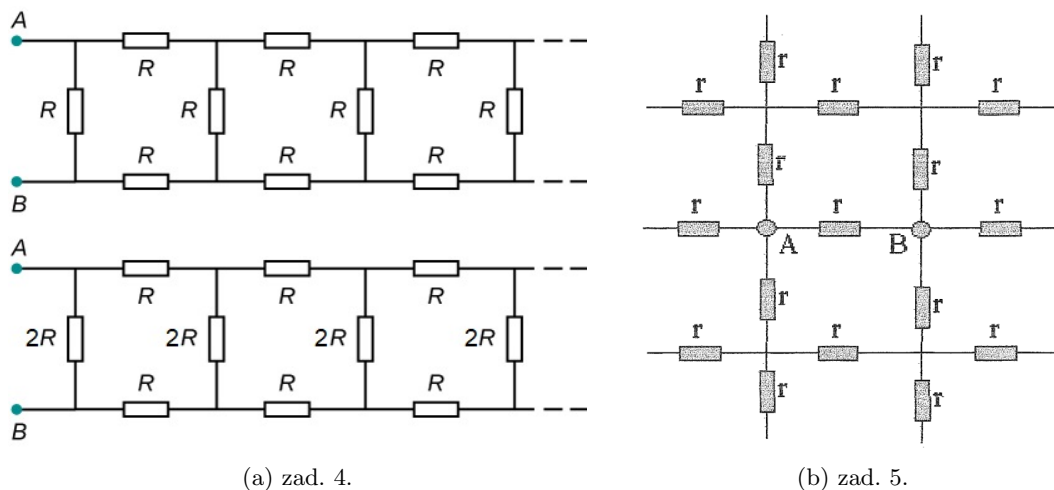
Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: [strzalka@fis.agh.edu.pl](mailto:strzalka@fis.agh.edu.pl)

Zestawy dostępne pod adresem: [http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio\\_ft](http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio_ft)

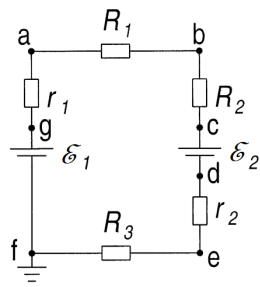
Tematyka: Prąd elektryczny, natężenie; opór zastępczy, opór przewodnika; obwód prądu stałego, prawa Kirchhoffa, prawo Ohma; obwód RC; gęstość prądu.

- [openstax.pl 9.25. i 9.26] (i) Przez przewodnik przepływa ładunek zależny od czasu jak  $Q(t) = 4 \text{ mC/s}^4 \cdot t^4 + 1 \text{ mC/s} \cdot t + 6 \text{ mC}$ . Ile wynosi natężenie prądu w chwili  $t = 3 \text{ s}$ ? (ii) Natężenie prądu płynącego przez inny przewodnik jest opisane wzorem  $I(t) = I_{\max} \sin(2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot t)$ . Podaj zależność ładunku od czasu.
- Uzasadnij wzory na opór zastępczy w połączeniach szeregowym i równoległym oporników. Udowodnij, że opór zastępczy w połączeniu równoległym jest zawsze mniejszy od najmniejszego z oporów w układzie.
- [Hennel V.4] Dwanaście oporników o oporze  $R = 100 \Omega$  tworzy sześcián (każdy opornik leży na krawędzi sześciánu). Oblicz opór zastępczy tej siatki oporników między punktami:
  - w sąsiednich wierzchołkach sześciánu (na końcach jednej krawędzi);
  - na przekątnej jednej ze ścian sześciánu;
  - na głównej przekątnej sześciánu (najbardziej odległymi).*Wskazówka. Zauważ, że ze względu na symetrię siatki, niektóre wierzchołki mają ten sam potencjał.*
- [por. openstax.pl 10.95, por. Hennel V.7, por. Irodow 3.52] Rozważ nieskończenie długą „drabinę oporników” o oporze  $R$  każdy (rys. 1a). Oblicz opór zastępczy między punktami A i B. Jaki będzie wynik dla drabinki  $R - 2R$  (rysunek poniżej)? *Wskazówka. Zauważ rekurencyjny związek między każdym następnym oporem zastępczym drabinki po dodaniu kolejnego szeregu. Oblicz granicę otrzymanego ciągu.*
- [Hennel V.8] Znaleźć opór zastępczy między punktami A i B dla nieskończonej, płaskiej siatki oporników (każdy o tej samej wartości  $r$ , rys. 1b).
- Dlaczego żarówka starego typu (z włóknem wolframowym) przepalała się najczęściej tuż po włączeniu zasilania? Rozważ temperaturową zależność oporu i pokaż, jaki jest stosunek natężeń prądu i mocy na żarówce w temperaturze pokojowej i żarzenia (ok. 3000 K). Współczynnik temperaturowy oporu dla wolframu  $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .
- Jaki jest całkowity opór elektryczny ściętego stożka o promieniach podstawy dolnej  $R_1 = 50 \text{ mm}$  i górnej (w kształcie koła) o promieniu  $R_2 = 20 \text{ mm}$  oraz wysokości  $h = 60 \text{ mm}$ . Stożek zrobiony jest materiału o oporze właściwym  $\rho = 0,005 \Omega\text{-cm}$ .
- [Griffiths P.7.2] Dwa długie walce o promieniach  $a$  i  $b$ , ustawione koncentrycznie, rozdzielone są ośrodkiem o przewodności  $\sigma$ . Jakie jest natężenie prądu płynącego pomiędzy nimi na odcinku o długości  $L$ , jeśli różnica potencjałów między walcami równa jest  $U$ ? Na tej podstawie ustal, jakim wzorem dana jest oporność elektryczna między walcami. Następnie potwierdź wzór na opór, wychodząc z definicji oporu i przeprowadzając odpowiednie całkowanie. *Komentarz. Zauważ, że taki układ jest podobny do kabla koncentrycznego stosowanego np. w instalacjach RTV.*
- Dwie metalowe kule (lub sfery) o promieniu  $r = 10 \text{ cm}$  każda zanurzone są w dużym zbiorniku z cieczą o przewodności właściwej  $\sigma = 200 \text{ S/m}$ , przy czym zarówno odległości między kulami, jak i od ścianek naczynia do kul są dużo większe od ich rozmiarów. Jaka będzie oporność zmierzona między kulami?
- Obwód elektryczny składa się z dwóch baterii ( $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ V}$ , opory wewnętrzne  $r_1 = r_2 = 1 \Omega$ ) oraz trzech oporników  $R_1 = R_2 = 5 \Omega$ ,  $R_3 = 4 \Omega$  i jest połączony jak na rys. 2a. Proszę znaleźć potencjały w punktach  $a - g$ , zakładając, że obwód jest uziemiony w punkcie  $f$ . Naszkicuj przebieg zmian potencjału pomiędzy punktami. Jaka jest moc całkowita rozpraszana na opornikach?
- [ODI 2022/23-II-4] W obwodzie prądu stałego z baterią o SEM równej  $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$  i oporze wewnętrznym  $r_w = 0,2 \Omega$  wpięto żarówkę o nieznanym oporze  $R$ . Wiadomo, że moc wydzielona na baterii stanowi 1% całkowitej mocy obwodu. Jakie jest natężenie prądu płynącego w obwodzie? Jaka moc wydziela się na samej żarówce?
- [por. openstax.pl 10.38] Rozważ obwód z rys. 2b. Oblicz:  $U_{\text{bat}2}$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .

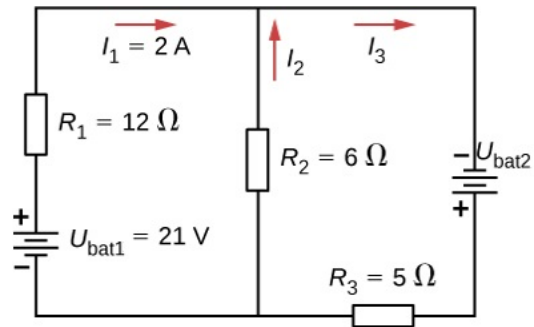
13. Proszę znaleźć opór zastępczy układu oporników przedstawionego na rys. 2c. Każdy opornik ma ten sam opór  $R$ . *Wskazówka. Skorzystaj z praw Kirchhoffa.*
14. Nienaładowany kondensator został włączony w obwód przedstawiony na rys. 2d. Proszę znaleźć natężenie prądu płynącego przez ogniwo zaraz po zamknięciu wyłącznika (klucza) oraz po długim czasie, a także zależność prądu płynącego przez opornik 4-omowy od czasu w dowolnej chwili po zamknięciu klucza.
- \* 15. [Griffiths Z.7.3] Dwa metalowe ciała (o dowolnym kształcie) otoczone są słabo przewodzącym ośrodkiem o przewodności  $\sigma$ . Pokazać, że opór między nimi jest powiązany z pojemnością tego układu zależnością  $R = \frac{\varepsilon_0}{\sigma C}$ . Załóżmy teraz, że połączyliśmy je z biegunami baterii, ładując do różnicy potencjałów  $U_0$ . Jeśli odłączymy baterię, ładunki ciał będą stopniowo zanikać. Pokazać, że  $U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  i wyrazić stałą czasową  $\tau$  przez  $\varepsilon_0$  i  $\sigma$ .
16. Pokaż, że z mikroskopowego prawa Ohma  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  wynika makroskopowe prawo Ohma  $I = \frac{U}{R}$ . Następnie wyprowadź wzór na prędkość dryfu (unoszenia) elektronów w przewodniku. Oszacuj koncentrację nośników w miedzi (gęstość  $\rho = 8,92 \text{ g/cm}^3$ , masa atomowa  $\mu = 63,5 \text{ u}$ ; rozmiar komórki elementarnej o kształcie sześcianu  $a = 3,6 \text{ \AA}$ , liczba el. swobodnych na atom  $z = 1$ ), porównaj z wartością tablicową. Na tej podstawie oblicz prędkość unoszenia elektronów w miedzianym przewodzie ( $I = 1 \text{ A}$ ,  $S = \pi \text{ mm}^2$ ).
17. [openstax.pl 9.31] Rozważ drut o kołowym przekroju poprzecznym o promieniu  $R = 3 \text{ mm}$ . Gęstość prądu jest opisana wzorem  $j(r) = cr^2$  ( $c = 5 \cdot 10^6 \text{ A/m}^4$ ). Ile wynosi natężenie prądu płynącego przez wewnętrzną część drutu od środka do  $r = 0,5 R$  oraz w całym przekroju drutu?
18. [openstax.pl 9.86] Rozważ prostokątny kawałek materiału z krawędziami podstawy o długości  $L$  oraz gęstością prądu  $\vec{j} = j_0 e^{\alpha x} \hat{k}$ , jak pokazano na rys. 3a. Oblicz prąd przepływający przez podstawę prostokąta.



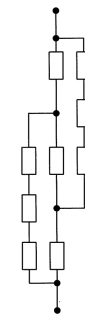
Rysunek 1



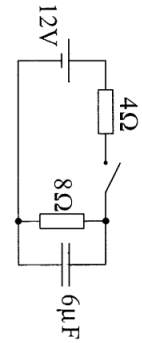
(a) zad. 10.



(b) zad. 12.

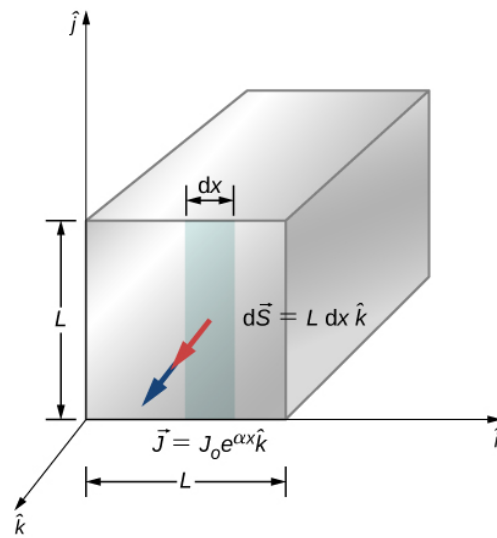


(c) zad. 13.



(d) zad. 14.

Rysunek 2



(a) zad. 18.

Rysunek 3