

## ZESTAW 2

ELEKTROMAGNETYZM I OPTYKA FISIS-FT-1 S2 GR. 2

Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: [strzalka@fis.agh.edu.pl](mailto:strzalka@fis.agh.edu.pl)

Zestawy dostępne pod adresem: [http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio\\_ft](http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio_ft)

Część zadań pochodzi ze Skryptu (link).

Tematyka: Szczególna Teoria Względności (STW), transformacje Lorentza, efekty relatywistyczne, niezmienniki relatywistyczne, energia i pęd.

1. W czasie występu w Warszawie znany mistrz sztuk magicznych wypowiedział zaklęcie i klasnął w ręce. Po upływie  $\Delta t = 0,001$  s od klaśnięcia w Melbourne w Australii wybuchł duży zbiornik z gazem. Uzasadnij:
  - (a) Czy może istnieć związek przyczynowo-skutkowy między tymi dwoma zdarzeniami?
  - (b) Czy istnieje taki układ odniesienia, w którym oba zdarzenia zachodzą w jednym czasie?
  - (c) Czy istnieje taki układ odniesienia, w którym oba zdarzenia mają te same współrzędne przestrzenne?
2. [Hennel II.7] W tym samym miejscu korony słonecznej w odstępie  $\Delta t = 12$  s nastąpiły dwa wybuchy. Rakieta poruszająca się ze stałą prędkością względem Słońca zarejestrowała obydwie te zdarzenie w odstępie  $\Delta t' = 13$  s.
  - (a) Ile wynosi odległość przestrzenna  $\Delta x'$  między wybuchami w układzie związanym z rakieta?
  - (b) Jaką wartość i kierunek ma prędkość  $V$  rakiety?
3. [Hennel II.20] Akcelerator liniowy w Stanford przyspiesza elektrony do takich prędkości, dla których  $(1 - v/c) \approx 10^{-10}$ . Kanał akceleratora ma długość 3 km. Oblicz, jaką długość kanału zmierzy obserwator związany z przyspieszonymi elektronami.
4. [Hennel II.43] Mezon  $\pi^+$  (pion), powstający np. wskutek zderzenia cząstek promieniowania kosmicznego z cząsteczkami powietrza w górnych warstwach atmosfery, rozpada się na mion i neutrino. Własny czas życia mezonu wynosi  $t_p = 2,6 \cdot 10^{-8}$  s. Zakładając, że mezony wylatują po reakcji ze średnią prędkością  $v = 2,8 \cdot 10^8$  m/s (względem LAB), obliczyć:
  - (a) czas życia mezonu w układzie LAB;
  - (b) średnią drogę, jaką przebędzie w LAB mezon od momentu reakcji do momentu rozpadu.Jak zmieniają się wyniki w przypadku cząstek poruszających się z prędkościami  $0,999c$ ?
5. Wykaż, że interwał czasoprzestrzenny jest rzeczywiście niezmiennikiem transformacji Lorentza.
6. [Hennel II.37] Dwie wiązki elektronów wylatują z akceleratora z prędkością  $0,9c$ . Wiązki te skierowano przeciwnie. Oblicz prędkość względną elektronów z punktu widzenia jednej z wiązek.
7. [Hennel II.35] Kosmonauta porusza się w poprzek rakiety z prędkością  $v_{\perp} = 5$  km/h. Jaką prędkość poprzeczną ma kosmonauta względem Ziemi, jeśli rakieta oddala się z prędkością  $v_{\parallel} = 180\,000$  km/s.
- \*8. [Skrypt R.10.5/Z.2] Wyprowadź wzór na prędkość w ruchu jednostajnie zmiennym (ze stałym przyspieszeniem  $A$ ) prostoliniowym bez prędkości początkowej.
9. Oblicz prędkość cząstki, której całkowita energia wynosi  $2m_0c^2$ . Czy wartość ta zależy od rodzaju cząstki (np. elektron, proton, cząstka  $\alpha$ )?
10. [Hennel II.76] W Galaktyce spotyka się protony o energii  $10^{11}$  GeV<sup>1</sup>. Ile czasu potrzebuje taki proton na przelecenie przez całą naszą Galaktykę, jeżeli czas ten mierzymy w układzie związanym z:
  - (a) Ziemią;
  - (b) samym protonem.
11. Oblicz pęd elektronu o energii kinetycznej 100 keV. Jaki jest pęd fotonu o energii równej całkowitej energii relatywistycznej tego elektronu? Energia spoczynkowa elektronu wynosi 511 keV.
12. Wyprowadź zależność prędkości od energii kinetycznej (relatywistycznej). Przy jakiej energii kinetycznej  $E_k$  prędkość cząstki, liczona przy pomocy wzoru nierelatywistycznego (a więc błędnie), wyniesie  $c$ ? Jaka jest prawdziwa prędkość takiej cząstki?

<sup>1</sup> Uwaga. Elektronowolt (eV) to jednostka energii. Energię kinetyczną równą 1 eV zyskuje ładunek równy ładunkowi elementarnemu przyspieszony napięciem 1 V. W układzie SI:  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

13. Pokaż, że klasyczny wzór na energię kinetyczną  $E_k = \frac{mv^2}{2}$  jest przybliżeniem wzoru relatywistycznego dla małych prędkości. Jaki błąd (w procentach) popełnimy stosując wzór klasyczny przy prędkości  $v = 1\% c$ , a jaki przy  $v = 10\% c$ ?
- \* 14. [Hennel II.67] Znaleźć prędkość cząstki o masie  $m$  i ładunku  $e$  po przejściu różnicy potencjałów  $U$ . Prędkość początkowa wynosiła zero.
15. Dwie identyczne cząstki o masach spoczynkowych  $m_0$ , poruszające się z pędami  $km_0c$  i  $m_0c$  o przeciwnych zwrotach, zderzają się całkowicie niesprężyście. Jaka będzie masa  $M_0$  i prędkość  $u$  powstałej w wyniku zderzenia cząstki? *Wskazówka.* W tym zderzeniu (choć jest niesprężyste) zachodzi zachowanie energii (całkowitej).
16. Foton o energii 1 MeV rozprasza się (niesprężyście) na spoczywającym, swobodnym elektronie, wskutek czego elektron uzyskuje energię kinetyczną 200 keV. Oblicz energię rozproszonego fotonu. Pod jakim kątem rozproszył się foton?
17. Jeśli zmierzona w układzie laboratoryjnym energia elektronu wynosi  $E = 2$  MeV, to jakie są energia i pęd elektronu w jego układzie własnym? Czy jest sens zadać podobne pytanie dla fotonu (*Komentarz. Chodzi tutaj w istocie o transformację Lorentza energii i pędu; por. Skrypt R.10.3*)
18. [Skrypt R.10.3.1] Pod jakim kątem ustawiony był detektor fotonów w eksperymencie, w którym wiązka jonów uranu  $U^{91+}$  o energii  $E_b = 80$  MeV/u (80 MeV na nukleon), wzbudzonych po przejściu przez tarczę, emituje kwanty promieniowania X o energii 100 keV, jeśli zmierzona przez ten detektor energia fotonów wyniosła 88 keV? *Wskazówka.* Energię kinetyczną jonów uranu  $U^{91+}$  można obliczyć jako  $E_k = E_b \cdot A$ , gdzie  $A = 238$  to liczba masowa uranu. Energia spoczynkowa uranu może być obliczona jako  $Mc^2$ , gdzie  $M = m_n \cdot A$ , a  $m_n = 1,674 \cdot 10^{-27}$  kg jest średnią masą nukleonu (protonu i neutronu).
19. Akcelerator LHC rozpędza wiązkę protonów do energii 7 TeV. Oblicz prędkość protonów w takiej wiązce. Jaką szerokość kątową ma wiązka emitowanego przez te protony promieniowania synchrotronowego? (*Wskazówka.* Można wykorzystać wzór 10.33. ze Skryptu na zwięźenie wiązki promieniowania).
- \* 20. [Skrypt R.10.5] Wyprowadź wzory (10.37) i (10.40) na składowe siły (styczną i dośrodkową) oraz energię kinetyczną (w funkcji prędkości) w przypadku relatywistycznym.