Drgania układów

ciągłych i ciągło-dyskretnych

dr inż. Sebastian Pakuła

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

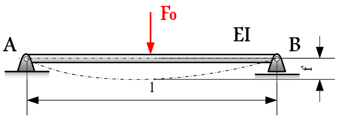
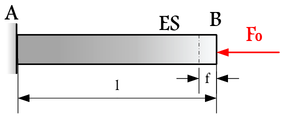
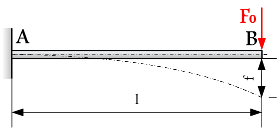
e-mail: spakula@agh.edu.pl
http://home.agh.edu.pl/~spakula/

Wprowadzenie

W przypadku lekkich struktur ciągłych, możliwe jest łatwe wyznaczenie zastępczego współczynnika sprężystości. Znając ugięcie struktury w pewnym punkcie Δx pod wpływem siły F_0 przyłożonej w tym punkcie, zredukowany współczynnik sprężystości k_z możemy wyznaczyć za pomocą zależności:

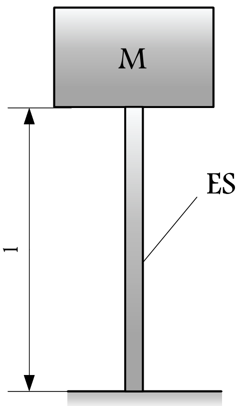
$$k_z = \frac{F_0}{\Delta x}$$

Poniżej tabela przedstawiająca ugięcia wybranych struktur.

Schemat	Ugięcie
	$f = \frac{F_0 l^3}{48EI}$
	$f = \frac{F_0 l}{ES}$
	$f = \frac{F_0 l^3}{3EI}$

1 Zadanie

Wyznacz częstość drgań własnych masy M posadowionej na lekkim słupie o długości l wykonanym z materiału o module Younga E oraz o przekroju poprzecznym S.



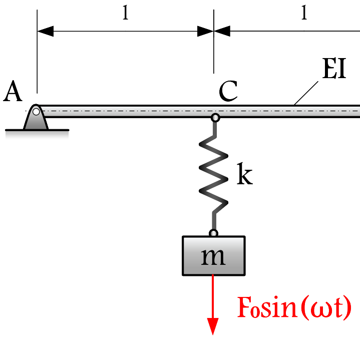
Dane:

$$\begin{aligned} M &= 1200kg \\ E &= 210\text{GPa} \\ S &= 10cm^2 \\ l &= 2m \end{aligned}$$

Szukane: ω

2 Zadanie

Wyznacz częstość drgań własnych oraz amplitudę drgań masy m zamontowanej na sprężynie o sztywności k zamocowanej w środku do podatnej, lekkiej belki o długości $2l$ i sztywności EI.



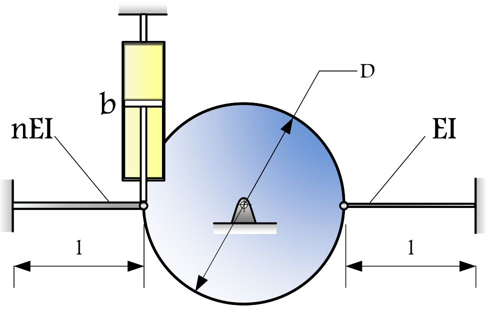
Dane:

$$
\begin{aligned}
m &= 900kg \\
E &= 210\text{GPa} \\
I &= 110cm^4 \\
l &= 2m \\
\omega &= 100\tfrac{rad}{s} \\
F_0 &= 100N
\end{aligned}
$$

Szukane: ω_0, A

3 Zadanie

Pełna tarcza kołowa o średnicy D i grubości h, wykonana z materiału o gęstości ρ jest zamocowana obrotowo w jej środku. Do brzegów tarczy zamocowano przegubowo dwie sprężyny belkowe oraz tłumik wiskotyczny o współczynniku tłumienia b. Sztywność giętna belki lewej jest n-krotnie większa od belki prawej. W chwili $t = 0$ tarczę wychylono z położenia równowagi o kąt $\varphi_0 = 1/25[rad]$. Wyznaczyć: równanie ruchu drgającego tarczy $\varphi(t)$; częstości drgań własnych (bez tłumienia) oraz drgań tłumionych.



Dane:

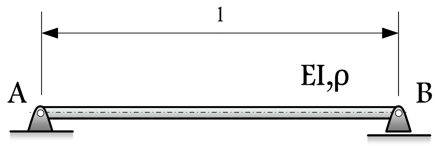
$$
\begin{aligned}
n &= 25 \\
D &= 425mm \\
h &= 25mm \\
l &= 50mm \\
E &= 225\text{GPa} \\
I &= \tfrac{\pi d^4}{64} \\
d &= 15mm \\
\rho &= 7800\tfrac{kg}{m^3} \\
\varphi_0 &= 1/25[rad]
\end{aligned}
$$

Szukane: $\varphi(t), \omega_0, \omega_t$

Odp.: $\omega_0 = 5018\frac{rad}{s}$

4 Zadanie

Wyznacz częstości drgań własnych belki o długości l, swobodnie podpartej na dwóch końcach oraz postacie drgań. Belka ma sztywność EI i jest wykonana z materiału o gęstości ρ.



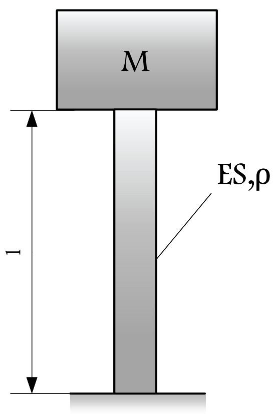
Dane:

$$\begin{aligned} \rho &= 7800\frac{kg}{m^3} \\ E &= 210\text{GPa} \\ I &= \frac{\pi d^4}{64} \\ d &= 10mm \\ l &= 2m \end{aligned}$$

Szukane: $\omega_n, U_n(X)$

5 Zadanie

Wyznacz częstości drgań własnych masy M na słupie o długości l, podobnie jak w zadaniu 1. Tym razem uwzględnij, że słup jest ważki i jest zrobiony z materiału o gęstości ρ. Wyznacz także formy drgań układu $U_n(x)$.



Dane:

$$\begin{aligned} M &= 1200kg \\ \rho &= 7800\frac{kg}{m^3} \\ E &= 210\text{GPa} \\ S &= \frac{\pi d^2}{4} \\ d &= 10mm \\ l &= 2m \end{aligned}$$

Szukane: $\omega_n, U_n(X)$