

# Metody i Narzędzia Programowe w Akustyce część I – MES

Ireneusz Czajka

2018

## Spis treści

<b>1. Zadanie</b> . . . . .	1
1.1. Przebieg laboratorium . . . . .	1
<b>2. Modelowanie zagadnień sprzężonych</b> . . . . .	1
2.1. Model matematyczny . . . . .	2
<b>3. Obiekt</b> . . . . .	2
<b>4. Model numeryczny</b> . . . . .	2
<b>Literatura</b> . . . . .	6

**Student nauczy się: wykorzystywać metodykę powierzchni odpowiedzi do dostrajania parametrów modelu numerycznego do wyników pomiarów.**

## 1. Zadanie

Ostatnie zajęcia laboratoryjne mają na celu wykorzystanie dotychczas poznanych elementów do rozwiązania praktycznego problemu.

### 1.1. Przebieg laboratorium

1. Wykonać pomiary sygnału emitowanego przez badany układ.
2. Wyznaczyć częstotliwości dominujące w zarejestrowanym sygnale.
3. Zbudować model geometryczny (najlepiej płaski) obiektu rzeczywistego.
4. Opracować siatkę elementów skończonych.
5. Wykonać analizę modalną i wyznaczyć częstości drgań własnych układu.
6. Zbudować model zastępczy opisujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na pierwszą częstość własną.
  - ★ Wybrać zmienne geometryczne.
  - ★ Opracować plan eksperymentu.
  - ★ Zrealizować zaplanowane doświadczenia numeryczne.
  - ★ Wyznaczyć współczynniki modelu zastępczego.
7. W oparciu o model zastępczy wyznaczyć parametry geometryczne modelu.
8. Zweryfikować prawidłowość wyznaczonych wartości parametrów geometrycznych wyznaczając pierwszą częstość drgań własnych.
9. Wyznaczyć rozkład pola akustycznego wokół drgającego obiektu.

Punkty 1 i 2 zostaną wykonane na zajęciach. Podpunkty 3 i 4 można wykonać przed laboratorium. Punkt 5 zazwyczaj wymaga pewnej dozy konsultacji.

## 2. Modelowanie zagadnień sprzężonych

Analizowany problem dotyczy generowania sygnału akustycznego w ośrodku gazowym na drodze pobudzenia do drgań brzegu obszaru wypełnionego ośrodkiem.

## 2.1. Model matematyczny

**Struktura drgająca.** Zlinearyzowane równanie dynamiki dla ciał sprężystych bez zewnętrznych wymuszeń można zapisać jako

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{u}$  jest wektorem przemieszczeń, zaś wektor naprężeń wyrazić można w następujący sposób

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{u}) = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (2)$$

Parametry  $\lambda$  oraz  $\mu$  są parametrami Lamégo.

$$\lambda = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\sigma)} \quad (3)$$

Rozwiązanie tego równania metodą rozdzielania zmiennych prowadzi do równania

$$-\omega \rho \mathbf{U} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{U}) = 0 \quad (4)$$

Takie po wykorzystaniu metody Galerkin, można łatwo uzyskać równanie macierzowe w postaci

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \omega^2 \mathbf{M}\mathbf{U} \quad (5)$$

Rozwiązanie tego równania pozwala wyznaczyć postacie i częstości drgań własnych układu.

**Pole akustyczne** modeluje się dokładnie tak samo, jak do tej pory demonstrowano na zajęciach. Można rozwiązywać pole akustyczne w stanach przejściowych – rozwiązując równanie falowe lub też w stanie ustalonym, rozwiązując równanie Helmholtza.

**Warunki brzegowe** służą między innymi do sprzęgnięcia drgań struktury oraz ośrodka, w którym będzie się rozchodzić fala akustyczna.

To odpowiednio dobrane warunki brzegowe pozwalają na analizowanie problemu sprzężonego.

W tym miejscu warto zapoznać się z rozdziałem dotyczącym równania Helmholtza z Elmer Models Manual [7]. Został tam zasygnalizowany sposób realizacji sprzężenia między polem drgań struktury oraz polem akustycznym.

## 3. Obiekt

Modelowany obiekt rzeczywisty to kamerton z ruchomym obciążeniem na jednym z ramion. Obciążenie daje możliwość zmiany pierwszej częstości własnej układu.

## 4. Model numeryczny

Na przykładzie innego kształtu zostanie pokazany sposób modelowania zagadnień sprzężonych. Poniżej znajduje się zawartość pliku `domena.grd`.

```
***** ElmerGrid input file for structured grid generation *****
Version = 210903
Coordinate System = Cartesian 2D
Subcell Divisions in 2D = 6 4
Subcell Limits 1 = -3.1 -3 -0.15 -0.05 0.05 3.0 3.1
Subcell Limits 2 = 0.0 0.15 0.20 3.15 3.16
Material Structure in 2D
  3 3 3 3 3 3
  3 2 2 2 2 3
```

```

3 2 1 1 2 3
3 2 2 1 2 3
End
Materials Interval = 1 2
Boundary Definitions
! type      out      int      double  of the boundaries
1          2          1          1
2          0          1          1
3          0          2          1
4          3          2          1
End
Numbering = Horizontal
Element Degree = 1
Element Innernodes = False
Triangles = False
Plane Elements = 51000

```

Warto zwrócić uwagę, że siatka jest generowana dla dwóch materiałów: `Materials Interval = 1 2`. Materiał 2 to pole akustyczne, materiał 1 to drgająca struktura.

**Warunki brzegowe dla struktury i dla akustyki** zostały ustawione w pliku `case.sif`. W dolnej części drgającej struktury jest utwierdzenie. Dolna część opisana jest warunkiem numer 2, czyli granicą między materiałami o numerach 1 i 0. W pliku `case.sif` ten warunek brzegowy można zidentyfikować, wyszukując linię `Target Boundaries(1) = 2`.

Pozostałe warunki brzegowe są znane.

```

Header
CHECK KEYWORDS Warn
Mesh DB "." "."
Include Path ""
Results Directory ""
End

Simulation
Max Output Level = 5
Coordinate System = Cartesian
Coordinate Mapping(3) = 1 2 3
Simulation Type = Steady state
Steady State Max Iterations = 1
Output Intervals = 1
Timestepping Method = BDF
BDF Order = 1
Solver Input File = case.sif
Post File = case.vtu
End

Constants
Gravity(4) = 0 -1 0 9.82
Stefan Boltzmann = 5.67e-08
Permittivity of Vacuum = 8.8542e-12
Boltzmann Constant = 1.3807e-23
Unit Charge = 1.602e-19
End

Body 1

```

```
Target Bodies(1) = 1
Name = "Body Property 1"
Equation = 1
Material = 1
End
```

```
Body 2
Target Bodies(1) = 2
Name = "Body 2"
Equation = 2
Material = 2
End
```

```
Solver 1
Equation = Linear elasticity
Eigen System Values = 10
Procedure = "StressSolve" "StressSolver"
Variable = -dofs 2 Displacement
Eigen System Select = Smallest magnitude
Eigen Analysis = True
Exec Solver = Always
Stabilize = True
Bubbles = False
Lumped Mass Matrix = False
Optimize Bandwidth = True
Steady State Convergence Tolerance = 1.0e-5
Nonlinear System Convergence Tolerance = 1.0e-7
Nonlinear System Max Iterations = 20
Nonlinear System Newton After Iterations = 3
Nonlinear System Newton After Tolerance = 1.0e-3
Nonlinear System Relaxation Factor = 1
Linear System Solver = Direct
Linear System Direct Method = Umfpack
End
```

```
Solver 2
Equation = Helmholtz Equation
Procedure = "HelmholtzSolve" "HelmholtzSolver"
Variable = -dofs 2 Pressure Wave
Exec Solver = Always
Stabilize = True
Bubbles = False
Lumped Mass Matrix = False
Optimize Bandwidth = True
Displacement Variable Name = Displacement
Displacement Variable Eigenmode = Integer 1
Displacement Variable Frequency = Logical True
Steady State Convergence Tolerance = 1.0e-5
Nonlinear System Convergence Tolerance = 1.0e-7
Nonlinear System Max Iterations = 20
Nonlinear System Newton After Iterations = 3
Nonlinear System Newton After Tolerance = 1.0e-3
Nonlinear System Relaxation Factor = 1
```

```
Linear System Solver = Direct
Linear System Direct Method = Umfpack
End
```

```
Equation 1
  Name = "planeStress"
  Calculate Stresses = True
  Plane Stress = True
  Active Solvers(1) = 1
End
```

```
Equation 2
  Name = "helmholtz"
  Active Solvers(1) = 2
End
```

```
Material 1
  Name = "Steel (carbon - generic)"
  Heat expansion Coefficient = 13.8e-6
  Heat Conductivity = 44.8
  Sound speed = 5100.0
  Heat Capacity = 1265.0
  Mesh Poisson ratio = 0.285
  Density = 7850.0
  Poisson ratio = 0.285
  Youngs modulus = 200.0e9
End
```

```
Material 2
  Name = "Air (room temperature)"
  Viscosity = 1.983e-5
  Heat expansion Coefficient = 3.43e-3
  Heat Conductivity = 0.0257
  Relative Permittivity = 1.00059
  Sound speed = 343.0
  Heat Capacity = 1005.0
  Density = 1.205
End
```

```
Boundary Condition 1
  Target Boundaries(1) = 2
  Name = "BoundaryCondition 1"
  Displacement 3 = 0
  Displacement 2 = 0
  Displacement 1 = 0
End
```

```
Boundary Condition 2
  Target Boundaries(1) = 4
  Name = "wypromieniowanie"
  Plane Wave BC = True
End
```

```
Boundary Condition 3
  Target Boundaries(1) = 3
  Name = "twarde"
  Wave Flux 1 = 0
  Wave Flux 2 = 0
End
```

```
Boundary Condition 4
  Target Boundaries(1) = 1
  Name = "sprzeg"
  Structure Interface = Logical True
End
```

W powyżej przedstawionym pliku sterującym obliczeniami zapis odbywa się do pliku w formacie `vtu`. Oglądanie wyników można zrealizować w programie ParaView, który niestety nie jest zainstalowany na komputerach w pracowni.

## Literatura

- [1] Czajka I., Gołaś A.: *Inżynierskie metody analizy numerycznej i planowanie eksperymentu*, Wydawnictwa AGH, Kraków 2017
- [2] Gołaś A.: *Metody komputerowe w akustyce wnętrza i środowiska*, Wydawnictwa AGH, Kraków 1995
- [3] Mańczak K.: *Technika Planowania Eksperymentu*, Wyd. WNT, Warszawa 1976.
- [4] Montgomery D. C.: *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons, 2006, ISBN 0470088109
- [5] Zieliński Ryszard: *Wybrane zagadnienia optymalizacji statystycznej*, PWN, Warszawa 1982
- [6] ElmerGrid Manual
- [7] Elmer Models Manual