

Rozdział 4

Optymalizacja - dwa walory

- 4.1. Czy dla walorów z parametrami $\mu_1 = 0.8$, $\mu_2 = 0.12$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.4$ oraz $\sigma_{12} = 0.06$ portfel o minimalnej wariancji wymaga krótkiej sprzedaży? Dla jakiej kowariancji krótka sprzedaż nie jest potrzebna?
- 4.2. Niech $\mu_1 = 12\%$, $\mu_2 = 15\%$, $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.2$, $\rho = 0.5$. Czy opłaca się zainwestować w portfel $\mathbf{w} = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$?
- 4.3. Niech $\mu_1 = 15\%$, $\mu_2 = 12\%$, $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.2$, $\rho = 1$. Ile wynosi portfel o minimalnej wariancji?
- 4.4. Znajdź oczekiwany zwrot i odchylenie standardowe portfela o minimalnej wariancji z zadania 4.3.
- 4.5. Niech $\mu_1 = 12\%$, $\mu_2 = 6\%$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.4$, $\rho = -1$. Ile wynosi portfel o minimalnej wariancji?
- 4.6. Znajdź oczekiwany zwrot i odchylenie standardowe portfela o minimalnej wariancji z zadania 4.5.
- 4.7. Niech $\mu_1 = 12\%$, $\mu_2 = 6\%$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.4$, $\sigma_{12} = -0.01$. Ile wynosi portfel o minimalnej wariancji?
- 4.8. Ile wyniesie minimalna wariancja portfela z zadania 4.7? Czy przy $\mu_1 = 20\%$, $\mu_2 = 40\%$ znacznie się zmieni?
- 4.9. Jeżeli dwa walory mają parametry $Var(K_1) = 0.02$, $Var(K_2) = 0.09$ a portfel o minimalnej wariancji ma wagi $\left(\frac{1}{9}, \frac{8}{9}\right)$ to ile wynosi $Cov(K_1, K_2)$?

- 4.10. Rozważmy dwa walory z $Var(K_1) = 0.04$ oraz $Cov(K_1, K_2) = -0.01$. Dla jakiej wariancji $Var(K_2)$ portfel o minimalnej wariancji nie będzie wymagał krótkiej sprzedaży?
- 4.11. Rozważmy dwa walory z $Var(K_1) = 0.02$ oraz $Cov(K_1, K_2) = 0.01$. Dla jakiej wariancji $Var(K_2)$ portfel o minimalnej wariancji nie będzie wymagał krótkiej sprzedaży?
- 4.12. Rozważmy dwa walory z $Var(K_1) = 0.01$ oraz $Cov(K_1, K_2) = 0.02$. Dla jakiej wariancji $Var(K_2)$ portfel o minimalnej wariancji nie będzie wymagał krótkiej sprzedaży?
- 4.13. Niech nasze dwa walory mają parametry $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.3$. Zakładamy że będziemy inwestować w portfel o minimalnej wariancji oraz że nie ma możliwości krótkiej sprzedaży. Dla jakich współczynników korelacji ρ zainwestujemy w pierwszy walor?
- 4.14. Rozważmy dwa walory z $\sigma_1 = 0.1$, $\sigma_2 = 0.5$. Zakładamy że będziemy inwestować w portfel o minimalnej wariancji oraz że nie ma możliwości krótkiej sprzedaży. Dla jakich współczynników korelacji ρ zainwestujemy w drugi walor?
- 4.15. Niech nasze dwa walory mają parametry $\sigma_1 = 0.3$, $\sigma_2 = 0.1$. Zakładamy że będziemy inwestować w portfel o minimalnej wariancji. Dla jakich współczynników korelacji ρ zainwestujemy w drugi walor?
- 4.16. Możemy zainwestować w walor o oczekiwanym zwrocie $\mu = 15\%$, i wariancji $Var(K) = 0.16$. Dodatkowo mamy do dyspozycji inwestycję w walor wolny od ryzyka o stopie $r = 3\%$. Jaka inwestycja da nam oczekiwany zwrot $\mu_w = 9\%$? Jakie będzie odchylenie standardowe stopy zwrotu z naszego portfela?
- 4.17. Możemy zainwestować w walor o oczekiwanym zwrocie $\mu = 12\%$. Dodatkowo mamy do dyspozycji inwestycję (tu zakładamy że nie możemy przyjąć krótkiej pozycji w tym walorze wolnym od ryzyka) w walor wolny od ryzyka o stopie $r_1 = 4\%$ lub pożyczkę według stopy $r_2 = 8\%$. Jaka inwestycja da nam oczekiwany zwrot $\mu_w = 8\%$? Jaka inwestycja da nam oczekiwany zwrot $\mu_w = 20\%$?

- 4.18. Rozważmy dane z zadania 4.17. Chcemy zainwestować 30 000 PLN. Jak podzielić naszą inwestycję żeby uzyskać oczekiwany zwrot 8%? Jak podzielić naszą inwestycję żeby uzyskać oczekiwany zwrot 20%?
- 4.19. Możemy zainwestować w walor o oczekiwanym zwrocie μ i odchyleniu standardowym σ . Dodatkowo mamy do dyspozycji inwestycję w walor wolny od ryzyka o stopie r_1 lub pożyczkę według stopy r_2 . Na płaszczyźnie (σ, μ) wyznacz zbiór wszystkich osiągalnych portfeli za pomocą tych walorów.
- 4.20. Rozważmy dwa walory o parametrach $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.3$ oraz $\rho = 0.5$. Załóżmy że krótka sprzedaż nie jest dopuszczalna. Jaka jest najmniejsza osiągalna wariancja?
- 4.21. Rozważmy te same walory co w zadaniu 4.20 ale z parametrem $\rho = 0.8$. Jaka jest najmniejsza osiągalna wariancja?
- 4.22. Inwestujemy w dwa walory o parametrach $\mu_1 = 10\%$, $\mu_2 = 15\%$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.4$ oraz $\rho = -0.5$. Dodatkowo mamy do dyspozycji walor wolny od ryzyka z $r = 5\%$. Wyznacz wagi portfela rynkowego i oblicz jego oczekiwany zwrot i odchylenie standardowe.