

Zagdanienia do egzaminu z Inżynierskich Metod Numerycznych - semestr zimowy 2022/2023

Tomasz Chwiej

13 stycznia 2023

1 Równania różniczkowe zwyczajne

1. Zastosowanie szeregu Taylora do konstrukcji ilorazów różnicowych
 - czym jest iloraz różnicowy?
 - konstrukcja ilorazu przedniego/wstecznego/centralnego dla pierwszej pochodnej
 - konstrukcja ilorazu centralnego dla drugiej pochodnej
 - błąd dyskretyzacji
2. Opis transformacji równania różniczkowego n -tego rzędu do układu n równań 1 rzędu (rola warunków początkowych).
3. Schemat jawny i niejawny Eulera
 - bezwzględna stabilność schematu Eulera
 - lokalna i globalna dokładność schematu Eulera
 - metody rozwiązywania równania niejawnego: metoda iteracji funkcjonalnej (Picarda) i metoda Newtona
4. Schemat trapezów, bezwzględna stabilność schematu trapezów.
5. Metody Rungego-Kutty
 - ogólna postać wzorów definiujących metodę $(u_n, k_i/U_i)$, definicja predyktora i korektora
 - tablica Butchera, jej własności (jawność/niejawność), zależności pomiędzy współczynnikami b_i, c_i oraz $a_{i,j}$.

2 Równania różniczkowe cząstkowe

1. Równanie Poissona
 - dyskretyzacja równania
 - relaksacja lokalna i globalna - z czego wynika różnica w wydajności?
 - relaksacja wielosiatkowa (na czym polega?, dlaczego jest wydajna?)
 - przykład z laboratorium: metoda macierzowa - kiedy warto stosować?, jakie metody pomocnicze wykorzystujemy? wady i zalety
2. Równanie adwekcji
 - dyskretyzacja równania: pochodna czasowa i przestrzenna, schematy upwind, downwind i z pochodną centralną
 - twierdzenie Couranta-Friedrichsa-Levy'ego, liczba Couranta
 - konstrukcja schematu Laxa-Fridrichsa
 - konstrukcja schematu Laxa-Wendroffa
 - schemat leap-frog

- schemat Crank-Nicolson
- definicje spójności, zbieżności i stabilności schematu różnicowego
- zasada maksimum a stabilność schematu różnicowego
- ogólny opis wykonywania analizy von Neumanna
- czym jest dyfuzja numeryczna?, wpływ dyfuzji numerycznej na stabilność schematu różnicowego
- ogólny opis wyznaczania współczynnika dyfuzji numerycznej dla schematów różnicowych równania adwekcji

3. Równanie dyfuzji i adwekcji-dyfuzji

- konstrukcja schematów: jawnego i niejawnego Eulera, metoda Crank-Nicolson
- zastosowanie zasady maksimum do schematów adwekcji-dyfuzji
- typu warunków brzegowych: Dirichleta, von Neumanna (konwekcyjne)
- analiza von Neumanna schematów (ogólnie) i ich stabilność

4. Równanie falowe dla struny

- liniowość równania a zasada superpozycji
- metoda separacji zmiennych i metoda strzałów poszukiwania modów własnych drgań
- wyprowadzenie położeniowego i prędkościowego schematu Verleta z określeniem rzędu dokładności schematów