

Przykładowe pytania egzaminacyjne.

1. (RRZ) Zapisz schemat różnicowy wykorzystując niejawny schemat trapezów dla poniższego równania różniczkowego

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} = s(t) - g(t) \cdot u(t) \quad (1)$$

gdzie: $s(t)$ i $g(t)$ są znanymi funkcjami.

2. (RRZ) Dla równania oscylatora harmonicznego z tłumieniem

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x - \beta \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

zapisz schemat różnicowy korzystając z jawnej metody punktu pośredniego (metoda **RK**) określonej tablicą Butchera

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \hline & 0 & 1 \end{array}$$

3. (Równanie adwekcji) Dla jednowymiarowego równania adwekcji $\partial u / \partial t = -v \partial u / \partial x$ zaproponuj jawny i niejawny schemat Eulera pozwalający rozwiązać je numerycznie. Z kombinacji obu metod (jawny i niejawny Euler) utwórz schemat Crancka-Nicolson i określ, stosując analizę von Neumanna, obszar jego bezwzględnej stabilności.
4. (Równanie dyfuzji) Zapisz jawny schemat Eulera dla równania dyfuzji, a następnie korzystając z zasady maksimum określ warunki dla których schemat będzie stabilny.
5. (Równanie Poissona) Dane jest jednowymiarowe równanie Poissona z warunkami brzegowymi

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -\rho(x), \quad x \in [0, L], \quad u(0) = u_A, \quad \left. \frac{du}{dx} \right|_{x=L} = C \quad (3)$$

Dokonaj jego dyskretyzacji stosując odpowiedni iloraz różnicowy na siatce zbudowanej z 4 równoodległych węzłów, następnie zapisz równanie w postaci macierzowej $A\vec{u} = \vec{b}$ (z uwzględnieniem warunków brzegowych). Podaj postać A i \vec{b} .

6. (RRZ) Dla poniższego równania różniczkowego

$$\frac{dy(t)}{dt} + A \cdot y^2(t) + g(t) = 0 \quad (4)$$

gdzie: A jest stałą, a $g(t)$ jest pewną znaną funkcją czasu, proszę zapisać schemat różnicowy (szukamy $y(t)$ dla chwili czasowej t_{n+1}) wykorzystując metodę **RK2** określoną przez tablicę Butchera

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

7. (RRZ) Dla problemu autonomicznego $du/dt = \lambda \cdot u$ proszę wyznaczyć współczynnik wzmocnienia i określić region bezwzględnej stabilności niejawnej metody **RK** punktu pośredniego, którą opisuje tablica Butchera

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline & 1 \end{array}$$

8. (Równanie adwekcji) Zapisz schemat różnicowy Laxa-Friedrichsa dla równania adwekcji a następnie, stosując analizę von Neumanna, określ współczynnik wzmocnienia tego schematu. Jaki warunek musi być spełniony, aby metoda była bezwzględnie stabilna?

9. (Dyfuzja numeryczna) Wyznacz współczynniki dyfuzji numerycznej w schematach Laxa-Friedrichsa i Laxa-Wendroffa dla równania adwekcji.
10. (Równanie falowe) Stosując rozwinięcie w szereg Taylora skonstruuj schematy: położeniowy i prędkościowy Verleta dla równania falowego. Określ rząd dokładności obu schematów.