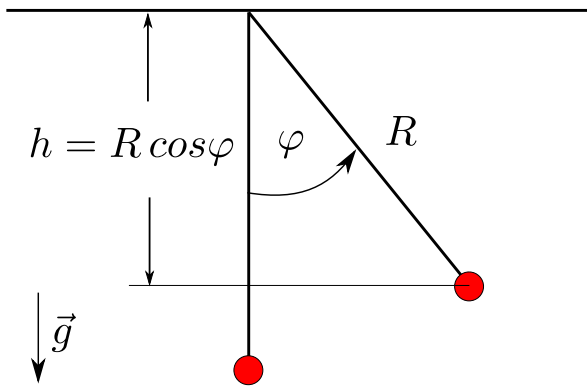


Projekt 1: symulacja ruchu wahadła o stałej długości

13 listopada 2018

1 Wstęp



Rysunek 1: Wahadło

Na pierwszych zajęciach laboratoryjnych znajdziemy trajektorię wahadła (rys. 1). Równanie ruchu wahadła dane jest wzorem

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{R} \sin(\varphi) \quad (1)$$

a jego energia

$$E = T + U = \frac{m}{2} R^2 \dot{\varphi}^2 - m g R \cos(\varphi) \quad (2)$$

gdzie: g - przyspieszenie ziemskie, R - długość wahadła. Równanie ruchu jest równaniem różniczkowym nieliniowym 2 rzędu. Zamieniamy je na układ dwóch RRZ 1 rzędu

$$\dot{\varphi} = v_{\varphi} \quad (3)$$

$$\dot{v}_{\varphi} = -\frac{g}{R} \sin(\varphi) \quad (4)$$

wprowadzamy dwie nowe zmienne

$$s_0 = \varphi \quad (5)$$

$$s_1 = v_{\varphi} \quad (6)$$

i zapisujemy układ równań różniczkowych używając nowych zmiennych

$$\dot{s}_0 = f_0(t, \vec{s}) = s_1 \quad (7)$$

$$\dot{s}_1 = f_1(t, \vec{s}) = -\frac{g}{R} \sin(s_0) \quad (8)$$

Rozwiązanie układu równań danego wzorami (7) i (8) znajdziemy numerycznie stosując metodę RK4 zadając określone warunki początkowe.

2 Zadania do wykonania

1. Napisać program rozwiązujący układ RRZ dany wzorami (7) i (8). Wykorzystać procedurę *rk4.vec*.

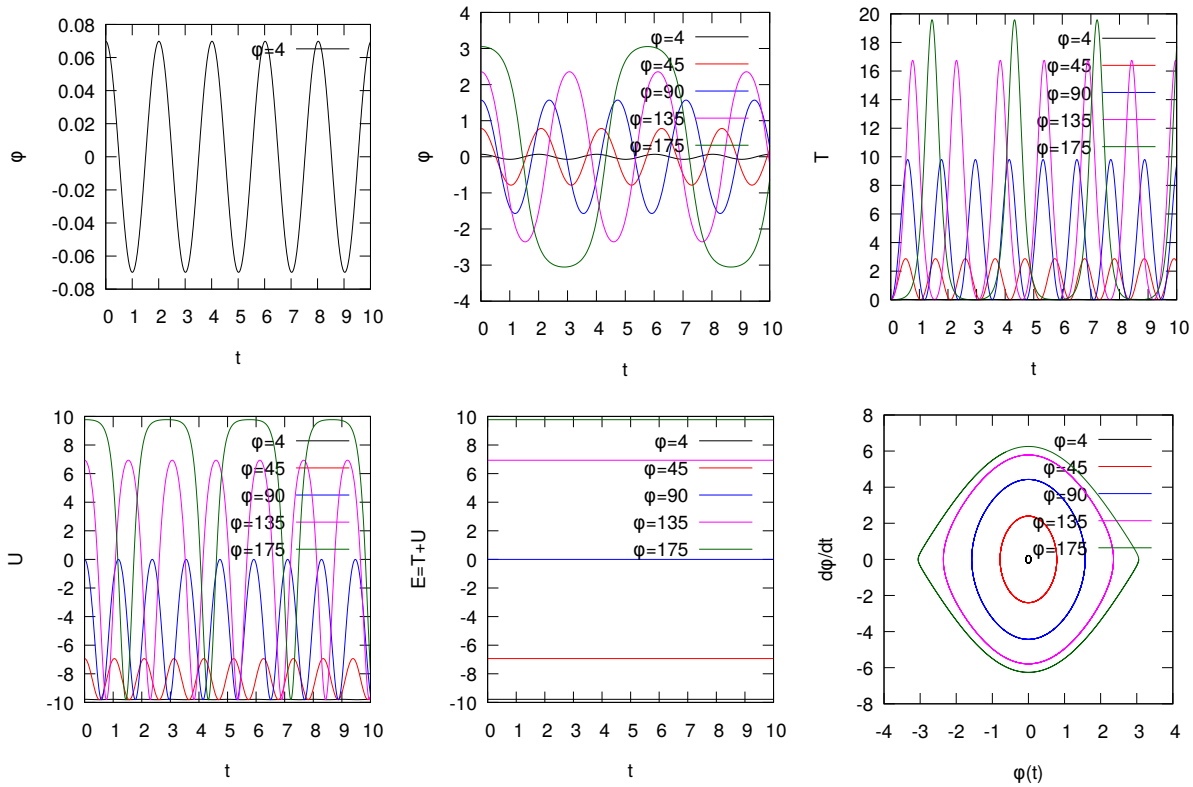
Procedura do liczenia pochodnych (+ definicje parametrów używanych w symulacji) będzie miała postać

```
#define g 9.81
#define R 1.0
#define m 1.0

void pochodne( double t, double *s, double *k){
    k[0]=s[1];
    k[1]=-g/R*sin(s[0]);
    return;
}
```

2. Przyjąć parametry: $\Delta t = 0.01$, $n_t = 1000$ (liczba kroków czasowych), $R = 1$, $m = 1$, $g = 9.81$.
3. Sprawdzić działanie programu dla małych wychyleń wahadła porównując uzyskane rozwiązania numeryczne dla WP: $\varphi(t = 0) = 4^\circ$ i $\dot{\varphi}(t = 0) = 0$ z rozwiązaniem analitycznym. Na jednym rysunku narysować rozwiązanie $\varphi(t)$ numeryczne i analityczne.
4. Powtórzyć obliczenia dla WP: $\dot{\varphi}(t = 0) = 0$ oraz $\varphi(t = 0) = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 175^\circ$. Sporządzić wykresy: $\varphi(t)$, $T(t)$ (energia kinetyczna), $U(t)$ (energia potencjalna), $E(t)$ (energia całkowita) oraz trajektorii wahadła w przestrzeni konfiguracyjnej tj. punktów $\vec{Z}(t) = (\varphi(t), \dot{\varphi})$ [rysujemy "funkcję" $\dot{\varphi}(\varphi)$]. Wykresy tej samej wielkości dla różnych WP umieścić na jednym rysunku.
5. Sporządzić wykres okresu wahadła w funkcji maksymalnego wychylenia (zadanego w warunku początkowym).
6. W sprawozdaniu przeanalizować uzyskane wyniki.

3 Przykładowe wyniki



Rysunek 2: Przykładowe wyniki dla różnych kątów wychylenia początkowego (oznaczenia na wykresach) oraz $\dot{\varphi}(t=0) = 0$.