

Podstawy fizyki teoretycznej.

Zestaw 5: elektrostatyka, prawo Gaussa

25 kwietnia 2022

1. Obliczyć wartość potencjału i natężenia pola elektrycznego w wierzchołku stożka kołowego prostego o wysokości h i promieniu podstawy a , wypełnionego ładunkiem o jednorodnej gęstości.
2. Stosując prawo Gaussa

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\sigma} = \int_V \rho dV \quad (1)$$

wyznaczyć pojemność kondensatora:

- a) Składającego się z dwóch współosiowych cylindrów metalowych o długości h . Promień wewnętrznego cylindra jest równy r_1 , a zewnętrznego r_2 . Na zewnętrznej okładce zgromadzony jest ładunek $-Q$ a na wewnętrznej Q .
 - b) Składającego się z dwóch sfer metalowych o promieniach odpowiednio r_1 i r_2 , $r_2 > r_1$. Środki sfer znajdują się w tym samym punkcie. Na zewnętrznej okładce kondensatora zgromadzony jest ładunek $-Q$ a na wewnętrznej Q .
3. Wyznaczyć rozkład potencjału w jądrze i na zewnątrz jądra atomowego rozwiązując równanie Poissona. Wskazówka: założyć jednorodny rozkład gęstości ładunku w jądrze, zapisać równanie Poissona w współrzędnych sferycznych i rozwiązać równanie różniczkowe na $\phi(r)$. Jedną ze stałych całkowania można obliczyć wykorzystując tw. Gaussa.
 4. Wyznaczyć potencjał wytwarzany przez dipol elektryczny we współrzędnych kartezjańskich. Wskazówka: należy umieścić dipol na jednej z osi układu współrzędnych tak by jego środek znajdował się w początku układu. Zapisać potencjał, pojawią się w nim pierwiastki, które można rozwinąć w szereg dla dużych odległości od środka dipola.

Wykorzystując otrzymany wynik proszę znaleźć potencjał i natężenie pola elektrycznego wytwarzane przez dipol elektryczny we współrzędnych sferycznych.

5. Na osi x leży metalowy pręt o długości L , na którym zgromadzony jest ładunek Q . Znaleźć rozkład potencjału wokół pręta w płaszczyźnie x - y . Następnie wprowadzić nowe zmienne

$$u = \frac{1}{2}(l_1 + l_2), \quad v = \frac{1}{2}(l_1 - l_2) \quad (2)$$

gdzie: l_1 i l_2 to odległości punktu $P(x, y)$ od krańców pręta. Wyrazić potencjał w nowych zmiennych i przeanalizować wynik.