

Algorytmy równoległe

Zadanie 1 – dekompozycja domenowa

Etap 1: implementacja sekwencyjna i projekt algorytmu równoległego

1. Cel zadania

Celem zadania jest zaprojektowanie i implementacja równoległego algorytmu rozwiązującego równanie dyfuzji numeryczną metodą różnicową. Weźmiemy pod uwagę równanie dyfuzji cieplnej w dwóch wymiarach (rozptyw ciepła na kwadratowej płytce). Należy zaimplementować wersję tego równania z czasem i źródłem ciepła:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + f(x, y, t) - \frac{dT}{dt} = 0$$

gdzie:

- **T(x,y,t)** – funkcja koncentracji ciepła
- **f(x,y,t)** – funkcja źródłowa; przy jej pomocy możemy ustalić np. stałe źródło ciepła w obrębie płytki.

2. Algorytm numeryczny

Należy zastosować metodę różnic skończonych, gdzie pierwsza i druga pochodna zastępowane są równaniami różnic skończonych (niżej podano „centralną” formułę różnicową):

$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}$$

$$f''(x_0) \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2}$$

Po zastąpieniu pochodnych różnicami skończonymi, obliczamy iteracyjną formułę – wartość funkcji **T** w punkcie (x,y) i czasie (t+1).

Proszę znaleźć formułę na stabilność rozwiązania numerycznego. Proszę sprawdzić co dzieje się z niestabilnym rozwiązaniem w miarę przebiegu symulacji, dla różnych wartości Δt .

3. Algorytm równoległy

Algorytm ma polegać na cyklicznym obliczaniu wartości funkcji zgodnie z formułą iteracyjną. Obszar dziedziny będzie podzielony pomiędzy równoległe zadania – należy ustalić liczbę punktów w obszarze i podzielić je równomiernie między zadania. W tym wypadku należy zastosować dekompozycję domenową 2-D, tzn. dzielimy domenę na równe wycinki (kwadraty) i rozdzielamy je pomiędzy zadania. W zależności od położenia wycinka domeny konieczna będzie komunikacja z dwoma, trzema lub czterema sąsiadami. Można zastosować topologię kartezyjską w MPI.

Przykładowa dekompozycja dla 4 zadań:

